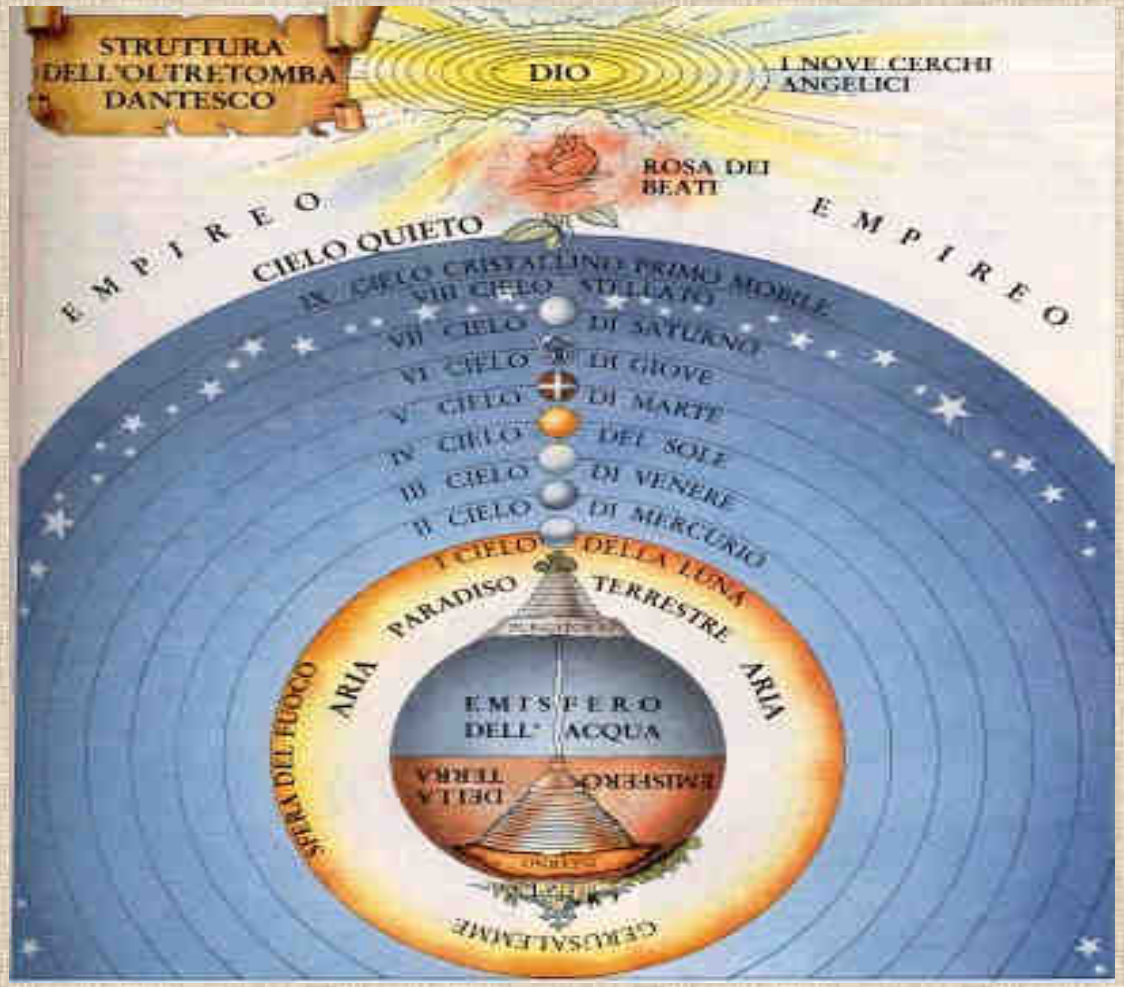
CAPITOLO TERZO

IL PARADISO

Il termine “PARADISO” è di derivazione iranica e significa giardino, parco recintato.

Nella Bibbia questo termine indica il luogo in cui fu posta la prima coppia umana che fece l’esperienza di essere in armonia con il Creatore prima del peccato originale.


STRUTTURA DELL'OLTRETOMBA DANTESCO
DIO
I NOVE CERCHI ANGELICI
ROSA DEI BEATI
EMPIREO
CIELO QUIETO
EMPIREO
IX CIELO CRISTALLINO PRIMO MOBILE
VIII CIELO STELLATO
VII CIELO DI SATURNO
VI CIELO DI GIOVE
V CIELO DI MARTE
IV CIELO DEL SOLE
III CIELO DI VENERE
II CIELO DI MERCURIO
I CIELO DELLA LUNA
PARADISO TERRESTRE
ARIA
ARIA
SFERA DEL FUOCO
EMISFERO DELL' ACQUA
EMISFERO DELLA TERRA
GERUSALEMME

Ciascun cielo è governato da un pianeta e da una gerarchia angelica e tutti sono contenuti nell'Empireo, il decimo cielo dove risiedono stabilmente i beati, disposti nell'anfiteatro che forma la CANDIDA ROSA.

.

al centro della quale si trova DIO.

Nel Paradiso la fisica (che è quella aristotelica) e la metafisica sono strettamente connesse fra di loro.

Ad esempio, la velocità con cui si muovono i singoli cieli è maggiore a mano a mano che si va verso l'esterno:

Questo corrisponde ad una esigenza fisica,ma anche ad una metafisica, in quanto il movimento è simbolo del desiderio di vedere Dio, che è più grande quanto più l'anima è perfetta.

L’ Empireo è l’unico cielo immobile.

Nel proemio del paradiso, Dante intende far sapere al lettore che la materia di questa cantica sarà particolarmente impegnativa e dimostra la propria difficoltà nel tradurre nel LINGUAGGIO UMANO esperienze SOVRAUMANE

Ricorrerà quindi spesso al LINGUAGGIO della MATEMATICA per suggerire quello che non può essere espresso con le parole.

La gloria di colui che tutto move
per l'universo penetra, e risplende
in una parte più e meno altrove.
Nel ciel che più de la sua luce prende
fu' io, e vidi cose che ridire
né sa né può chi di là sù discende;
perché appressando sé al suo disire,
nostro intelletto si profonda tanto,
che dietro la memoria non può ire.

Veramente quant'io del regno santo
ne la mia mente potei far tesoro,
sarà ora materia del mio canto.
O buono Appollo, a l'ultimo lavoro
fammi del tuo valor sì fatto vaso,
come dimandi a dar l'amato alloro.
Infino a qui l'un giogo di Parnaso
assai mi fu; ma or con amendue
m'è uopo intrar ne l'aringo rimaso.

Quanto è grande il numero degli angeli?

L’ incendio suo seguiva ogni scintilla;
ed eran tante, che ‘l numero loro
più che ‘l doppiar delli scacchi s’ inmilla.

Il grande numero cui si fa riferimento può essere inteso come quello degli angeli che nascono; questi non si contano a uno a uno, ma (forzando un po’ la mano , si potrebbe dire, interpretando quasi oltre il lecito il parasinteto verbale “ s’inmilla”) a mille a mille.

Dante afferma che il loro inmillarsi supera” il doppiar delli scacchi”

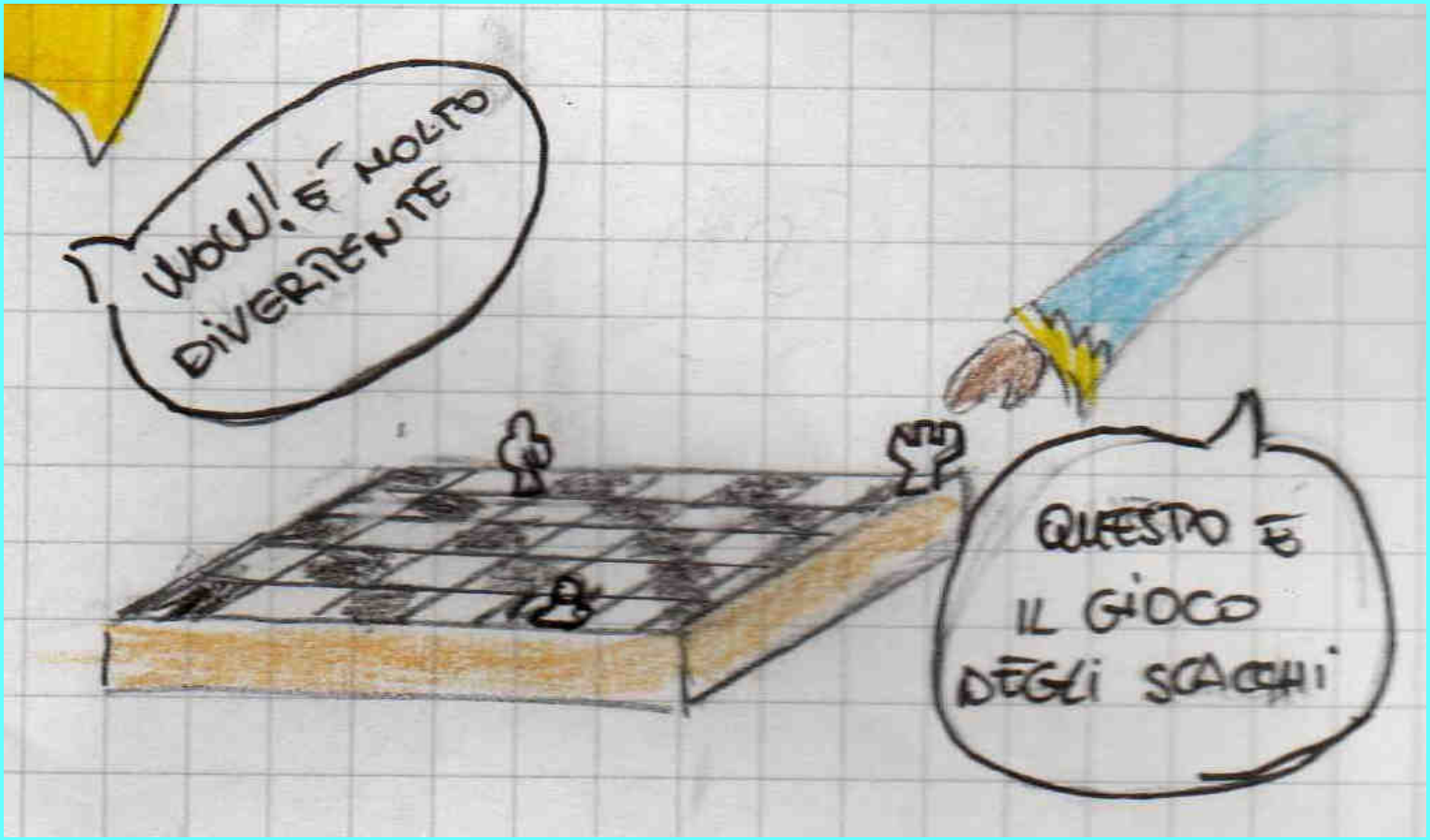
E’ un evidente riferimento alla famosa leggenda di

Sissa Nassir

Il Re delle Indie desiderava combattere la noia e i suoi sudditi gli presentarono tanti giochi.

Nessuno gli piaceva

Finchè , un giorno, un Bramino di nome Sessa inventò per lui il gioco degli scacchi.



Quando il gioco fu presentato al re delle Indie, questi rimase tanto colpito dalla sua ingegnosità e dalla notevole varietà delle possibili combinazioni, che fece chiamare il bramino per ricompensarlo personalmente.

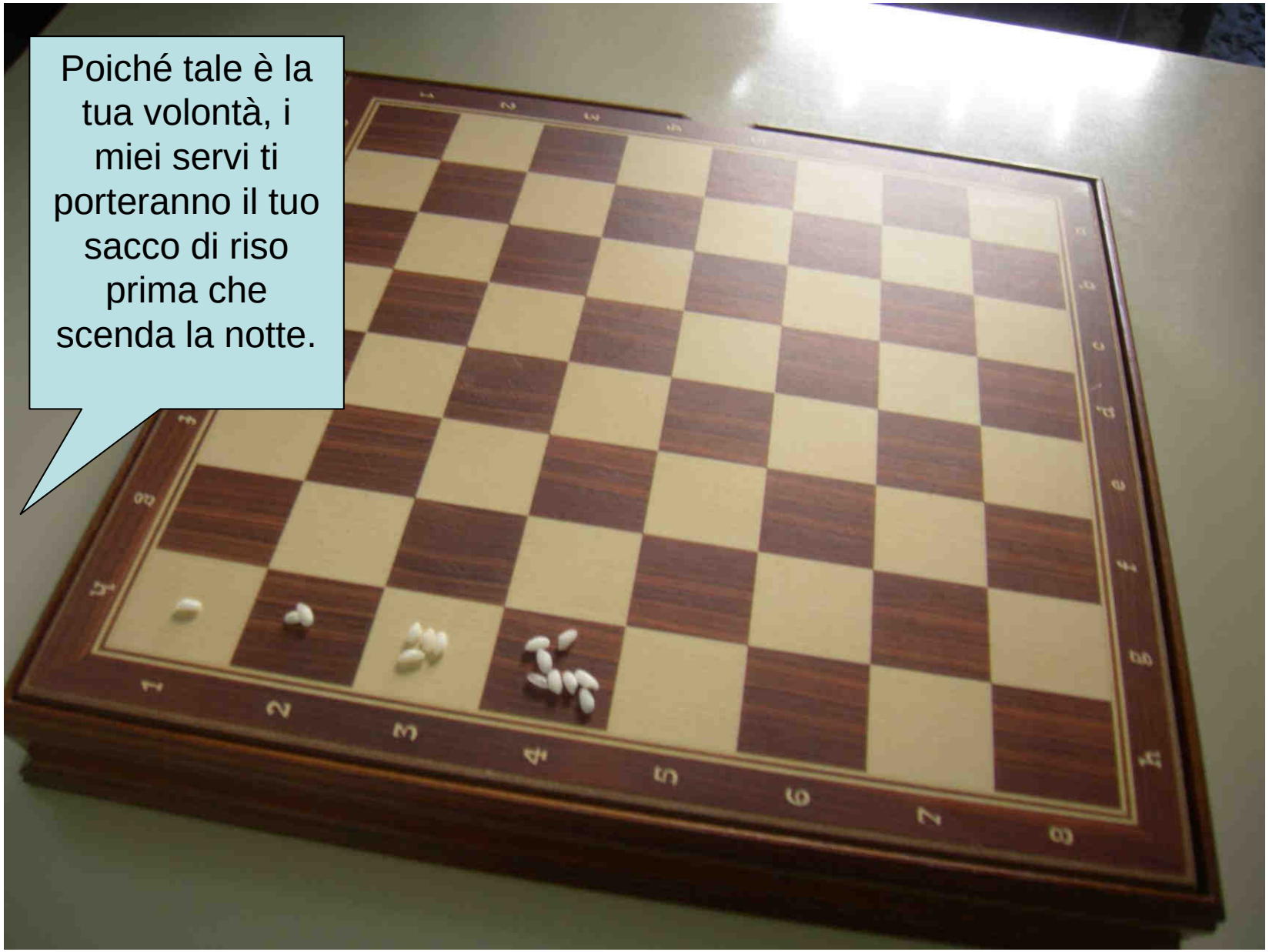
“ Per la tua straordinaria invenzione,” disse il re” ti voglio premiare. Scegli tu stesso il compenso, e ti verrà dato immediatamente.

Io sono ricco e potente abbastanza da esaudire il tuo più sfrenato desiderio.”

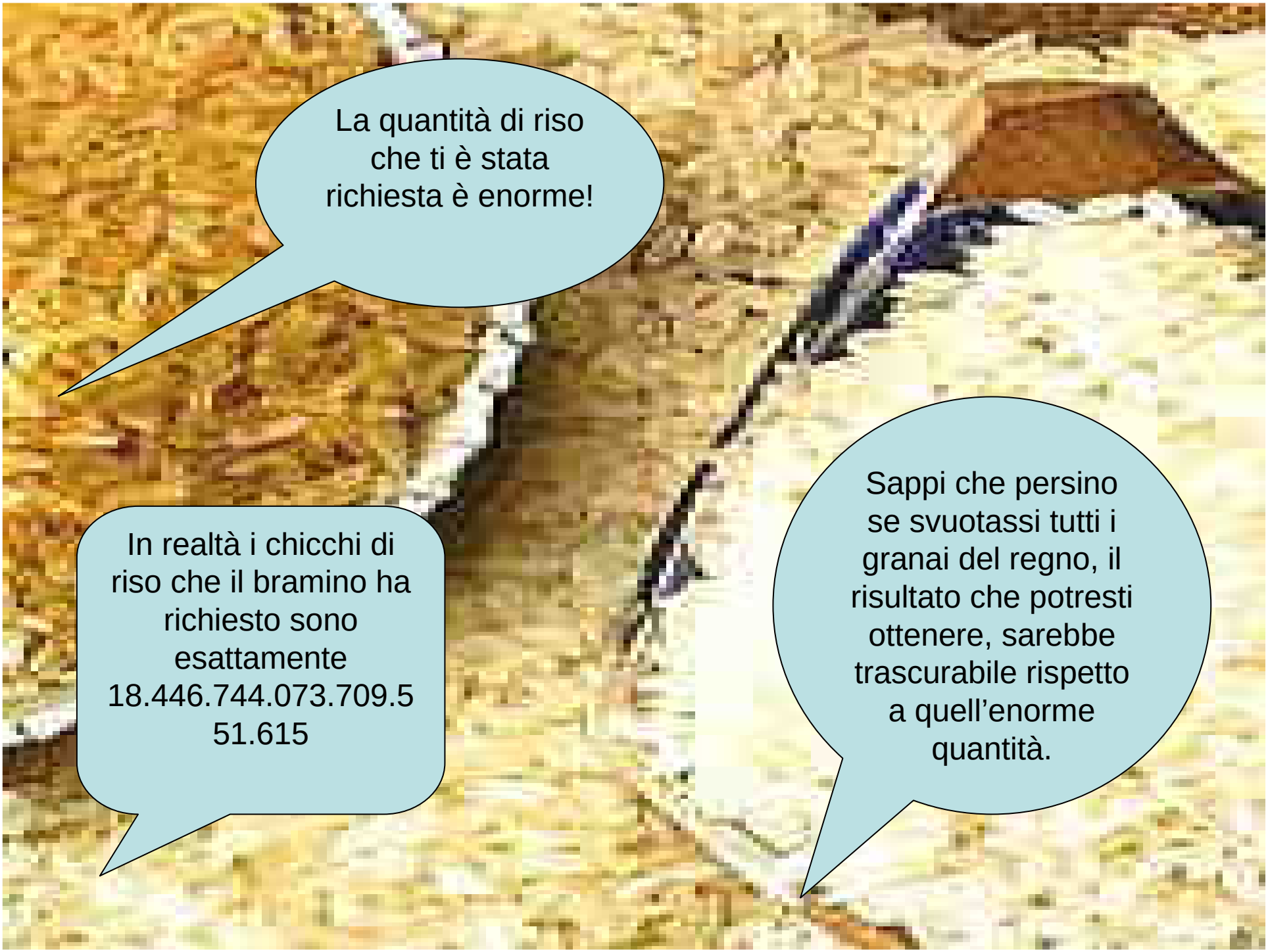
“ Mio buon sovrano, vorrei che tu mi facessi dare i chicchi di riso necessari per riempire le 64 caselle del mio scacchiere.

Un chicco per la prima casella, due per la seconda, quattro per la terza, otto per la quarta, sedici per la quinta e così via.

Insomma vorrei che in ogni casella si mettesse un numero di chicchi doppio rispetto a quelli della precedente.


Poiché tale è la tua volontà, i miei servi ti porteranno il tuo sacco di riso prima che scenda la notte.

Ma i contabili trovarono difficoltà nei calcoli e nonostante il duro lavoro, l'indomani non avevano ancora determinato la quantità di riso. Allora il re li licenziò e chiamò uno degli ingegnosi contabili della provincia nord occidentale il quale, risolto il problema ,comunicò al Re il risultato .


La quantità di riso che ti è stata richiesta è enorme!
In realtà i chicchi di riso che il bramino ha richiesto sono esattamente 18.446.744.073.709.551.615
Sappi che persino se svuotassi tutti i granai del regno, il risultato che potresti ottenere, sarebbe trascurabile rispetto a quell'enorme quantità.

Il contabile spiegò chiaramente che secondo la richiesta del rabbino bisognerebbe mettere:

- **1 chicco di riso nella prima casella;**
- **2 chicchi sulla seconda;**
- **4 chicchi sulla terza;**
- **8 chicchi sulla quarta;**
- **16 chicchi sulla quinta…**

2^{63}

e così via, raddoppiando ogni volta da una casella alla seguente. Nella sessantaquattresima casella bisognerà dunque mettere tanti chicchi quante sono le unità del risultato di 63 successive moltiplicazioni per 2 (vale a dire 2^{63} diecilà). La quantità richiesta è dunque uguale alla somma di questi 64 numeri (ossia $1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{63}$).

«Se a questo numero tu aggiungessi un chicco,» continuò il contabile «ci sarebbero allora 2 chicchi nella prima casella, e dunque 2 volte 2 chicchi nelle due prime. Alla terza, tu otterresti (2 x 2 + 2 x 2) chicchi di grano, vale a dire 2 volte 2 volte 2 in tutto. Alla quarta, il totale sarebbe (2 x 2 x 2 + 2 x 2 x 2). cioè 2 volte 2 volte 2 volte 2 chicchi. Così procedendo, vedrai allora che all'ultima casella della scacchiera otterrai un totale eguale al risultato di 64 moltiplicazioni successive per 2 (ossia 2^{64}). Orbene, tale numero è uguale al prodotto di 6 volte il prodotto di dieci moltiplicazioni successive per 2, esso stesso moltiplicato per il numero 16.

$$(2^{64} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{4}$$
$$= 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 16$$
$$= 18.446.744.073.709.551.616)$$

«E,» concluse «dato che tale numero è stato ottenuto aggiungendo una unità alla quantità cercata, il totale dei chicchi è dunque uguale a questo meno un chicco. Eseguendo allora le operazioni precedenti secondo il metodo che ti ho insegnato, puoi tu stesso assicurarti, o sire, che la quantità di chicchi richiesta è esattamente di: diciotto trilioni, quattrocento sessantasei biliardi, settecentoquarantaquattro bilioni, settantatre miliardi, settecentove milioni, cinquecentocinquantunmilaseicentoquindici!»

Non v'è dubbio,» rispose il re profondamente impressionato «che il gioco inventato dal bramino è stato ingegnoso quanto sottile è la sua richiesta. Quanto ai tuoi metodi di calcolo, la loro semplicità è pari solo alla loro efficacia. Ma adesso dimmi, uomo saggio, che cosa debbo fare per liberarmi di un debito tanto gravoso.»

“Ritorci contro questo scaltro bramino la sua stessa trappola. Proponigli di venire lui stesso a contare,chicco per chicco, la quantità di riso che ti ha chiesto. Anche al ritmo di un chicco al secondo, ne raccoglierebbe qualche ventina di metri cubi in 20 anni…e…una parte insignificante per tutto il resto della sua vita.”

RIFERIMENTO ARITMETICO alla notazione scientifica
Oggi,con l'uso di un calcolatore,

si trova che il numero di chicchi dovuti a Sissa Nassir è il seguente: 18 446 744 073 709 551 615, addirittura illeggibile! Con una scrittura più compatta, oggi si preferisce la notazione cosiddetta scientifica, $1{,}8447 \cdot 10^{19}$.

Per rendersi conto della enormità di questo numero, si può ricorrere al seguente espediente: immaginare di distribuire i chicchi di Sissa Nassir su tutta la superficie terrestre, la cui misura, espressa in base ai dati attuali (e non quelli dei tempi di Dante), compresi mari, oceani, deserti, ghiacciai, montagne, ecc., è di circa $5{,}0995 \cdot 10^{18}$ cm^2. Se distribuiamo i chicchi, troviamo 3,62 chicchi (diciamo pure, per arrotondare, 3 chicchi e mezzo) per ogni cm^2 di superficie terrestre! (Il che spiega perché il sovrano si sentì preso in giro e, anziché premiare Sissa Nassir, gli fece mozzare la testa, ot-

Ma il numero degli angeli

"più che" raddoppiare, come i chicchi sulla scacchiera, "s'immilla"; se si rifa lo stesso calcolo immillando (nella nostra interpretazione) invece che raddoppiando, si trova un numero immenso, ma pur sempre finito: 10^{189} (tanto per avere un'idea, $2 \cdot 10^{170}$ angeli per cm^2 di terra... E c'è da rallegrarsi del fatto che gli angeli siano immateriali!).

NOTAZIONE SCIENTIFICA DI UN NUMERO detta anche FORMA STANDARD o NOTAZIONE ESPONENZIALE.

Tale espressione dei numeri consiste nel separare la prima cifra dalla seconda con una virgola e poi moltiplicare per l’opportuna potenza del 10.

ESEMPI :

- Distanza Terra - Sole : 150'000'000 Km $= 1{,}5 \cdot 10^{8}$
- Raggio equatoriale : 6378 Km $= 6{,}3 \cdot 10^{3}$

(raggio della terra all'equatore)

- Massa dell'elettrone : $9{,}1 \cdot 10^{-28}$ g

(<u>Si ricorda che</u> : $10^{1} = 10$; $10^{2} = 100$; $10^{3} = 1000$,

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0{,}001$$)

Il numero a cui Dante fa riferimento è grande, grandissimo, immenso: lungi però dall’essere

INFINITO

Fra tutte le invenzioni dell'intelletto, nell'immanente, quella dell'INFINITO è, forse, la più affascinante.

Tanto più che nella realtà del mondo fisico, nulla parla di

INFINITO.

Eppure l’uomo, per secoli e secoli, dalla MATEMATICA, alla FILOSOFIA, alla POESIA, alla PITTURA, ha cercato di sentirlo.

Anzi di conquistarlo.

Grazie a Georg Cantor c'è riuscito:
si tratta di una delle più grandi conquiste intellettuali di tutti i tempi.

Se si vuole operare con l'infinito, bisogna accettare l'esistenza di tanti infiniti…

La mente umana , per secoli e secoli, ha cercato di misurarsi con l’INFINITO.

Di fronte alle difficoltà concettuali si sono bloccati alcuni tra gli intelletti più acuti di tutta l'umanità.

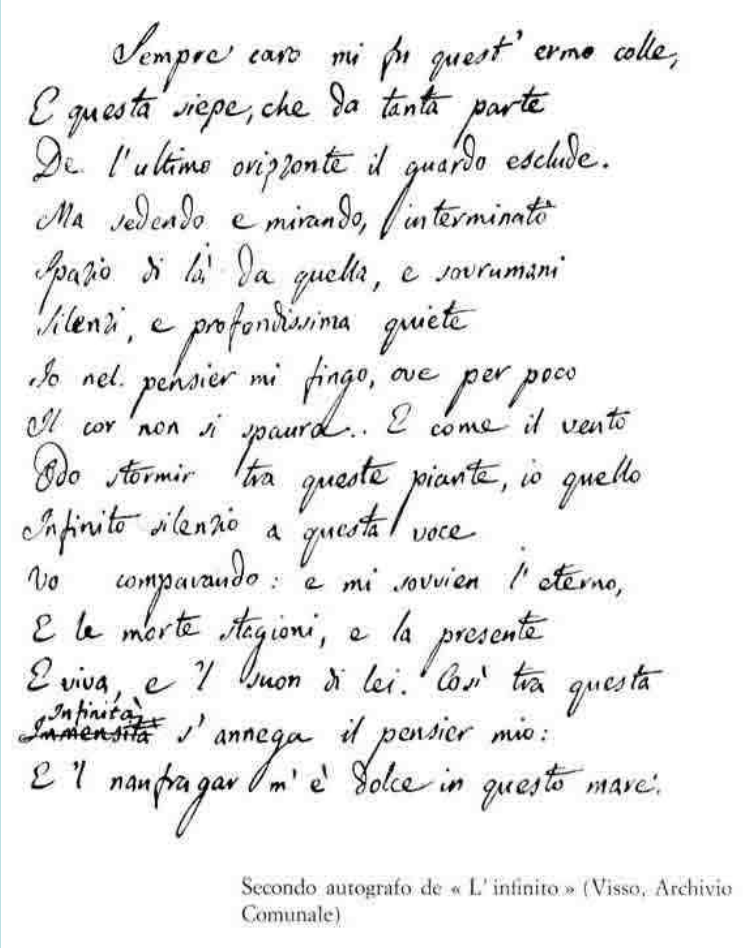
Aristotele

Archimede

Galilei

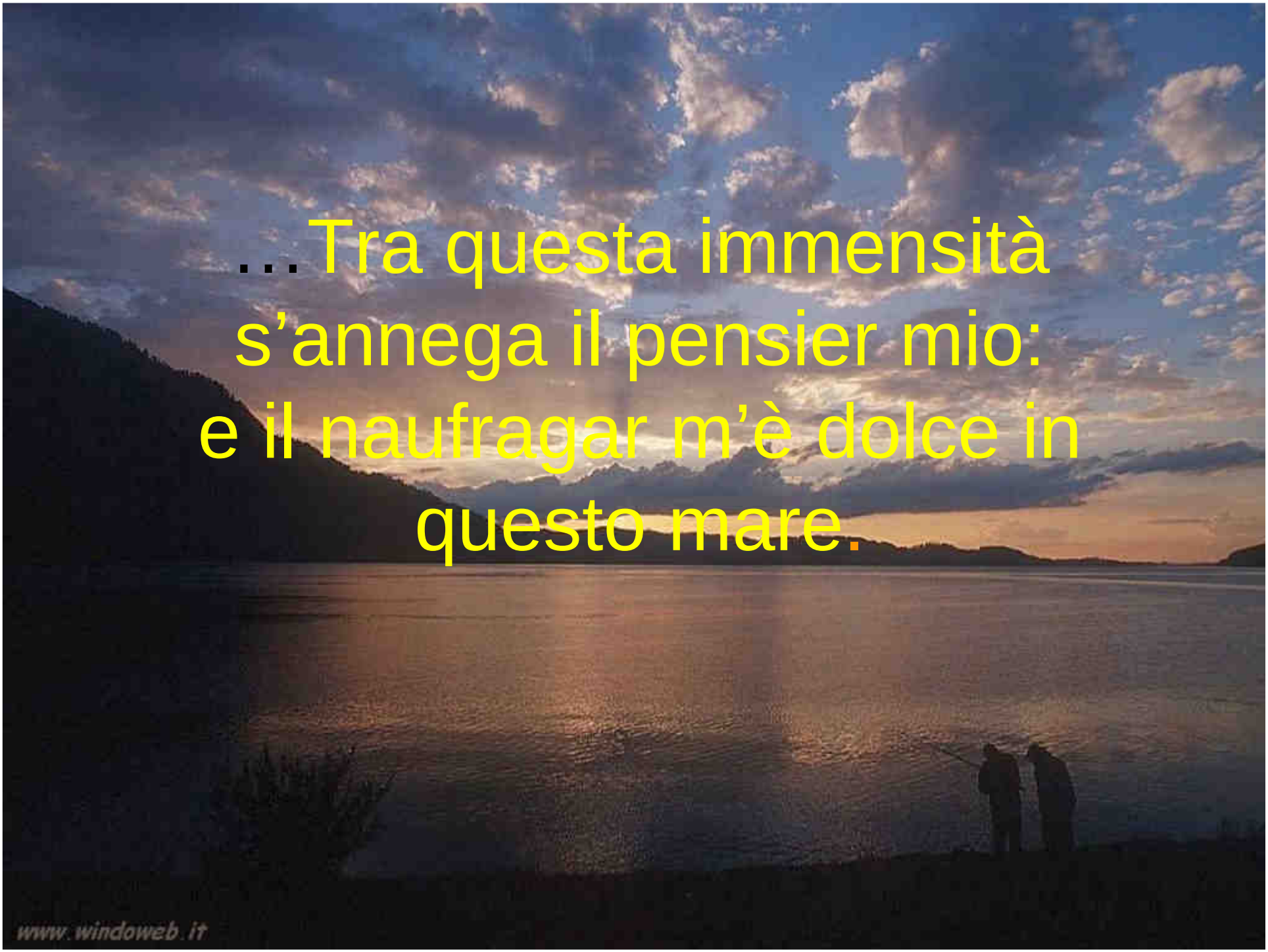
Difficoltà che altri hanno saputo superare.

L’infinito ha sfidato la fantasia di grandi poeti.



Sempre caro mi fu quest' ermo colle,
E questa siepe, che da tanta parte
De l'ultimo orizzonte il guardo esclude.
Ma sedendo e mirando, interminato
Spazio di là da quella, e sovrumani
Silenzi, e profondissima quiete
Io nel pensier mi fingo, ove per poco
Il cor non si spaura. E come il vento
Odo stormir tra queste piante, io quello
Infinito silenzio a questa voce
Vo comparando: e mi sovvien l'eterno,
E le morte stagioni, e la presente
E viva, e 'l suon di lei. Così tra questa
~~Immensità~~ Infinità s'annega il pensier mio:
E 'l naufragar m'è dolce in questo mare.

Secondo autografo de « L' infinito » (Visso, Archivio Comunale)

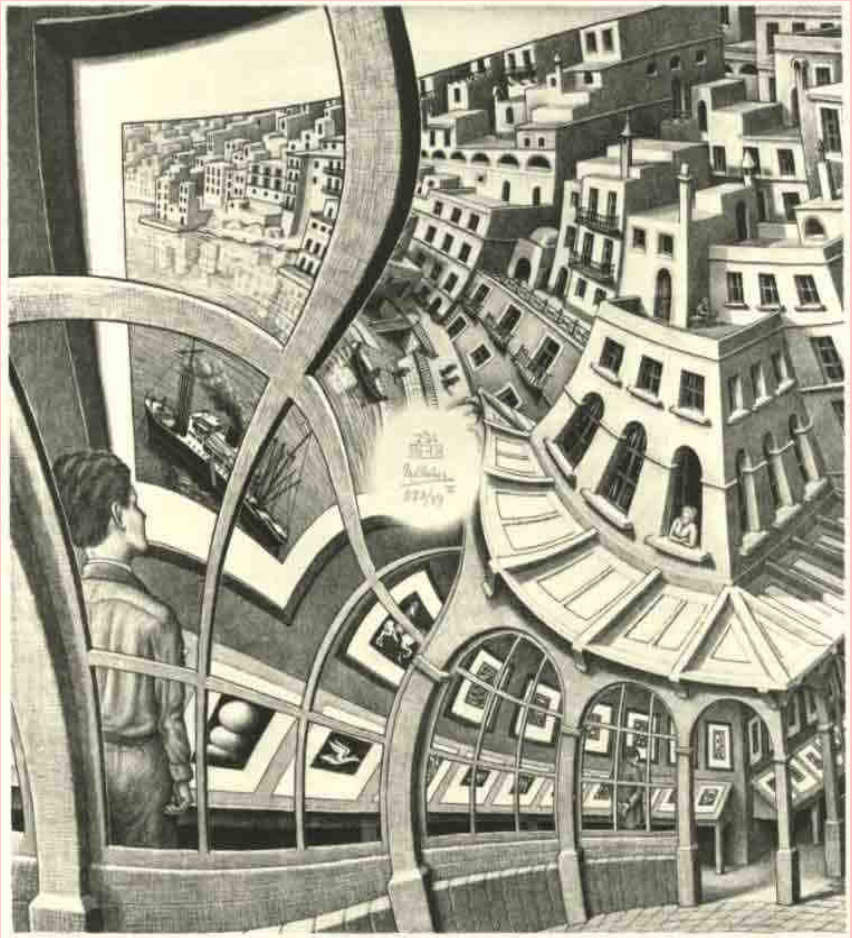

…Tra questa immensità
s’annega il pensier mio:
e il naufragar m’è dolce in
questo mare.
www.windoweb.it

M’illumino d’ immenso

Di queste strade che sfondano il tramonto, una ce ne sarà, non so quale…

Un grande pittore, De Chirico,dipinse Nostalgia dell’infinito.

C’è chi ritrova l’infinito nei quadri di Escher e nelle fughe di Bach



Il padre della musica post romantica, Gustav Mahler, sentiva la sua Ottava Sinfonia in comunione con l’infinito.

NON SONO BELLE LE STELLE, CHARLIE BROWN?
SIGH...
DAI, TORNIAMO A VEDERE LA TV....
A ME L'INFINITO MI SCHIACCIA SEMPRE UN PO'...

La creatività artistica e la razionalità matematica si fondono nel fascino di questa invenzione dell’intelletto umano.

Siamo dinanzi ad una pura invenzione del nostro intelletto.

Nell’immanente tutto appare FINITO.

L’insieme infinito dei numeri interi (naturali) Cantor lo chiamerà NUMERABILE (infinito di riferimento)

Per misurare un insieme infinito occorre stabilire una CORRISPONDENZA BIUNIVOCA tra esso e il numerabile: in tal caso si parla di INSIEMI EQUIPOTENTI.

(hanno la stessa potenza di infinito)

La corrispondenza biunivoca è lo strumento logico che permette di effettuare la misura dell'infinito. Tutti gli insiemi infiniti che hanno lo stesso livello di infinità dei numeri interi hanno una forza di infinità che Cantor chiamò :

POTENZA del NUMERABILE: rappresenta il primo livello di infinito e gli diede il nome di ALEPH-ZERO

Cantor propose quindi di considerare infinite tutte quelle entità per le quali sia possibile stabilire che una parte non è equivalente al tutto. (quando una parte non è equivalente al tutto, abbiamo tra le mani una quantità finita)

Il 12-12- 1873 Cantor scoprì che esiste un infinito più infinito del numerabile ed è più potente: il CONTINUO.

(in questo modo stabilì che non esiste un solo livello di infinito e che non tutti gli insiemi infiniti sono numerabili)

E’ la più grande scoperta matematica del XIX secolo, forse di tutta la storia del pensiero matematico.

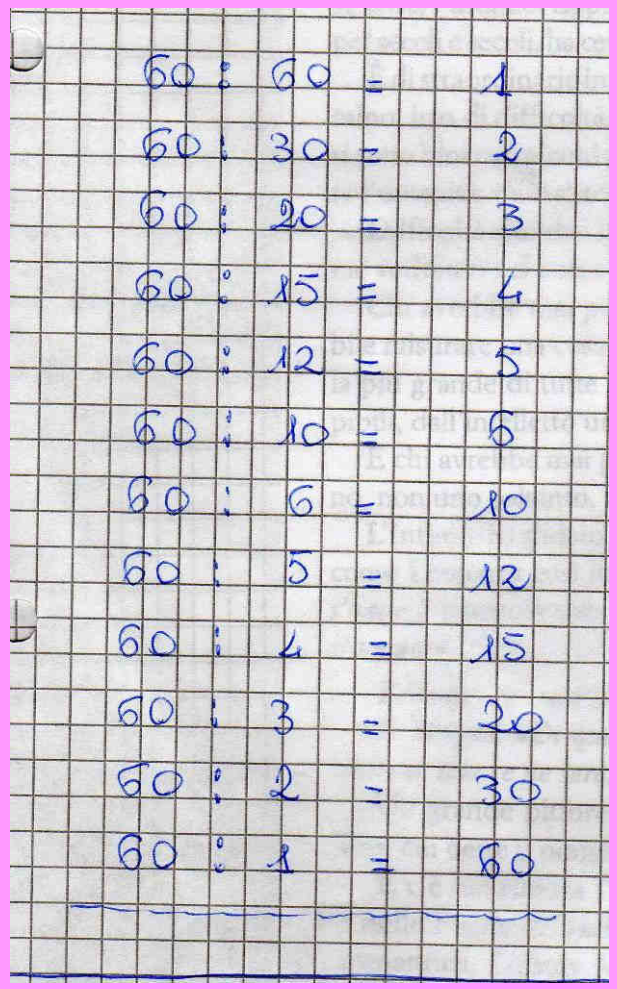
$\aleph_0$

“Nessuno potrà cacciarci dal paradiso che Cantor ha creato per noi”

A tale proposito facciamo riferimento alle DIVISIONI con divisore uguale a zero (es. 60:0)

Tali divisioni sono IMPOSSIBILI perché non esiste nessun numero che moltiplicato per zero (il divisore) mi dia un numero diverso da zero come dividendo (nel nostro caso 60)

Osserviamo che cosa accade ad un numero (es.60) quando lo dividiamo successivamente per divisori decrescenti

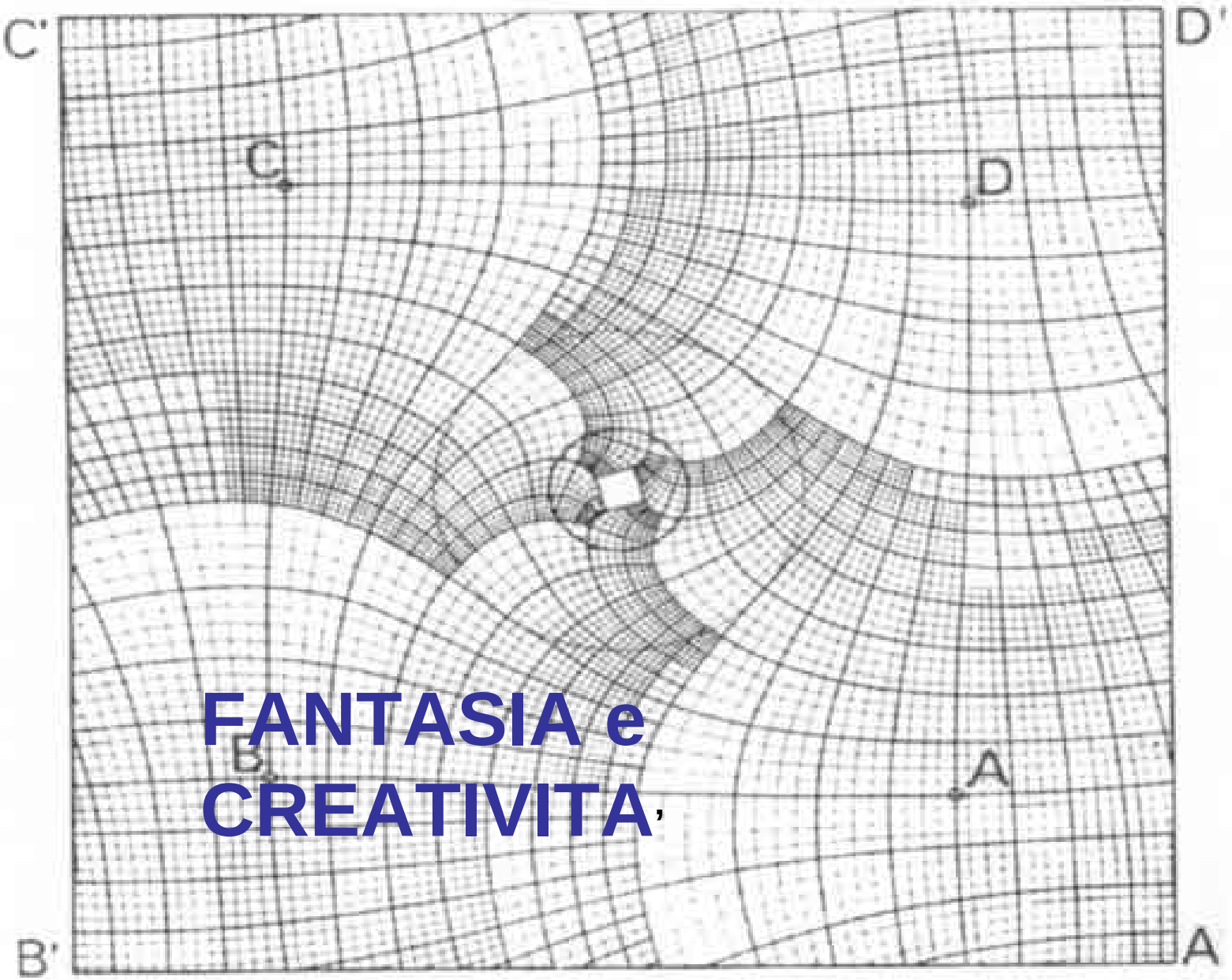


60 :	60	=	1
60 :	30	=	2
60 :	20	=	3
60 :	15	=	4
60 :	12	=	5
60 :	10	=	6
60 :	6	=	10
60 :	5	=	12
60 :	4	=	15
60 :	3	=	20
60 :	2	=	30
60 :	1	=	60

- Quando il divisore decresce il quoziente cresce.
- E' opportuno pensare che quando il divisore scende al di sotto di 1, tendendo a zero, il quoziente cresce tendendo a ∞ !

La MATEMATICA?

E’ RICERCA e SCOPERTA



FANTASIA e CREATIVITA'

NON va insegnata,ma raccontata
perché essa è dentro di noi.

APPENDICE

Verifica n°1

Verifica n°2

CLASSE 24/01/07

ALUNNO

Se gli uomini del Medio Evo vuoi apprezzare, come loro dovrai imparare a

"CONTARE e RACCONTARE"

1. Costruisci uno schema per mettere in evidenza il curriculum degli studi nel Medio Evo.
2. Quali sono i principali matematici del Medio Evo da noi citati? (evidenzia per ciascuno alcuni aspetti significativi).
3. Costruisci uno schema per mettere in evidenza la differenza fra abacisti ed algoristi.
4. Esegui le seguenti operazioni secondo gli algoritmi medievali:

   $4 + 12 =$
   $36 - 19 =$
   $143 \cdot 24 =$
   $342 : 3 =$

5. Definisci con tre parole che cos'è la Divina Commedia.
6. Costruisci uno schema per mettere in evidenza la struttura della Divina Commedia.

7. Dopo aver letto il seguente passo della Divina Commedia (Inferno, XXVII, 112-123), rispondi alle seguenti domande:

112 Francesco venne poi, com'io fu' morto,
113 per me; ma un de'neri cherubini
114 li dissi: "Non portar: non mi far torto.

115 Venir se ne dee giù tra' miei meschini
116 perché diede il consiglio fraudolente,
117 dal quale in qua stato li sono a' crini;

118 ch'assolver non si può chi non si pente,
119 né pentere e volere insieme puossi
120 per la contraddizion che nol consente".

121 Oh me dolente! Come mi riscossi
122 quando mi prese dicendomi: "Forse
123 tu non pensavi ch'io loico fossi"!

b. Quali sono i tre personaggi che agiscono in questo passo?
c. Chiarisci il significato delle seguenti espressioni :

* un de neri cherubini
** meschini
*** consiglio fraudolente
**** li sono a crini
***** tu non pensavi ch'io loico fossi

d. Immagina in due battute di dialogo cosa avrebbe potuto dire San Francesco per portare Guido in Paradiso e cosa disse, secondo Dante, il nero cherubino per portarlo all'Inferno.
e. Che cosa significano in logica i versi 118 e 119?
f. Rappresentali con i diagrammi di Eulero Venn.
g. Costruisci il sillogismo che ha come prima e seconda premessa i due versi (scrivi la deduzione e rappresentala con il diagramma di Eulero Venn).

8. Che cosa incatena Guido al suo destino?

CLASSE 09/05/07 ALUNNO

...dopo avere la matematica nell'Inferno affrontato,
un'altra avventura ti abbiamo preparato,
ma questa volta preparati al sorriso,
perché il regno in questione è il Paradiso

1. Che cosa significa il termine Paradiso?
2. Descrivi la struttura del Paradiso dantesco. A quale teoria fa riferimento?
3. Nel primo canto del Paradiso Dante dichiara di dover affrontare la difficoltà di esporre ciò che non è descrivibile con le parole cioè l'……..

Per superare questa difficoltà il poeta utilizza spesso il linguaggio della…….

4. Per rappresentare il numero degli angeli, che è un numero ……, ma non ……, Dante si ricollega alla leggenda di Sissa Nassir. Esponi questa leggenda in maniera sintetica evidenziando la

- Situazione iniziale
- Lo sviluppo
- La situazione finale

5. "…un chicco per la 1° casella, due chicchi per la 2°, quattro per la 3°, otto per la 4° ….."

Rappresenta nella seguente scacchiera, mediante potenze due, la richiesta di Sissa Nassir.
(completa la 1°riga e l'ultima casella in basso a destra)

6. Dai una definizione di notazione scientifica di un numero.
7. Scrivi sottoforma di NOTAZIONE SCIENTIFICA il n° di chicchi di grano richiesti da SiSSA NASSIR:
18.446.744.073.709.551.615 =

8. Quale matematico “ha conquistato l’infinito”?

NOME e COGNOME

PERIODO IN CUI E’ VISSUTO

9. Qual è stata la grande scoperta di questo matematico?

10. Indica come si misura, secondo questo matematico, l’infinito

- Unità di misura
- strumento di misura