

1. Le scale di temperatura Celsius, Kelvin e Fahrenheit sono scale lineari tali che  $0\text{ K} = -273.15^\circ\text{C}$  (zero assoluto),  $0^\circ\text{C} = 32^\circ\text{F} = 273.15\text{ K}$  e  $100^\circ\text{C} = 212^\circ\text{F}$ .
  - (a) Se  $T_C, T_K, T_F$  indicano la temperatura nelle scale Celsius, Kelvin e Fahrenheit rispettivamente, scrivere la funzione  $T_F = f_{FC}(T_C)$  che traduce gradi Celsius in gradi Fahrenheit, la funzione  $T_C = f_{CK}(T_K)$  che traduce kelvin in gradi Celsius e specificare il dominio di queste funzioni.
  - (b) Tra i punti  $(0, 273.15)$  e  $(273.15, 0)$ , quale appartiene al grafico di  $f_{CK}$ ?
  - (c) Qual è la funzione inversa di  $f_{FC}$  e qual è il suo dominio?
  - (d) Scrivere la funzione composta  $f_{FK} := f_{FC} \circ f_{CK}$ .
  - (e) Disegnare nello stesso sistema di riferimento i grafici di  $f_{CK}$  e  $f_{FK}$ .
  - (f) Per quale temperatura i valori delle scale Celsius e Fahrenheit coincidono?
2. Determinare il dominio della funzione  $f(x) = x^{\frac{2}{3}} - 1$ . Dire se la funzione è pari o dispari. Per quali valori di  $x$  il grafico della funzione si trova nel III quadrante?
3. Disegnare il grafico della funzione  $g(x) = x^{\frac{2}{3}}$  ( $x > 0$ ) in scala logaritmica (su entrambi gli assi). È ragionevole rappresentare  $f(x) = g(x) - 1$  in scala logaritmica?
4. Il cesio isotopo  $^{137}\text{Cs}$  perde annualmente il 2,3 % della sua massa per disintegrazione radioattiva. Il decadimento radioattivo è esponenziale, cioè il numero  $N(t)$  di atomi residui al tempo  $t$  può essere valutato in rapporto al numero  $N_0$  di atomi radioattivi iniziali tramite la formula

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}.$$

- (a) Trovare la *costante di decadimento*  $\lambda$  (unità di misura?) per il  $^{137}\text{Cs}$ .
  - (b) Qual è la relazione tra il tempo di dimezzamento  $T_{1/2}$  e  $\lambda$ ? Calcolare il tempo di dimezzamento di  $^{137}\text{Cs}$ .
  - (c) Dopo quanti anni la radioattività del  $^{137}\text{Cs}$  si riduce a 1%?
5. Il cesio isotopo  $^{134}\text{Cs}$  ha un tempo di dimezzamento di 2 anni. Calcolare la costante di decadimento  $\lambda$  per il  $^{134}\text{Cs}$ .
6. Siano  $a, b, c \in \mathbf{R}$  costanti positive ( $e = 2,7\dots$ ). Trovare i limiti delle seguenti funzioni per  $t \rightarrow +\infty$ :

(a)  $f(t) = \frac{a}{1 + be^{-ct}}$  (funzione logistica di crescita),

(b)  $f(t) = a \left( 1 + \frac{b-a}{a - be^{c(b-a)t}} \right)$  (funzione della cinetica chimica).

Suggerimento: distinguere i casi  $a > b$ ,  $a = b$  e  $a < b$ .