

1. Le scale di temperatura Celsius, Kelvin e Fahrenheit sono scale lineari tali che $0\text{ K} = -273.15^\circ\text{C}$ (zero assoluto), $0^\circ\text{C} = 32^\circ\text{F} = 273.15\text{ K}$ e $100^\circ\text{C} = 212^\circ\text{F}$.
 - (a) Se T_C, T_K, T_F indicano la temperatura nelle scale Celsius, Kelvin e Fahrenheit rispettivamente, scrivere la funzione $T_F = f_{FC}(T_C)$ che traduce gradi Celsius in gradi Fahrenheit, la funzione $T_C = f_{CK}(T_K)$ che traduce kelvin in gradi Celsius e specificare il dominio di queste funzioni.
 - (b) Tra i punti $(0, 273.15)$ e $(273.15, 0)$, quale appartiene al grafico di f_{CK} ?
 - (c) Qual è la funzione inversa di f_{FC} e qual è il suo dominio?
 - (d) Scrivere la funzione composta $f_{FK} := f_{FC} \circ f_{CK}$.
 - (e) Disegnare nello stesso sistema di riferimento i grafici di f_{CK} e f_{FK} .
 - (f) Per quale temperatura i valori delle scale Celsius e Fahrenheit coincidono?
2. Determinare il dominio della funzione $f(x) = x^{\frac{2}{3}} - 1$. Dire se la funzione è pari o dispari. Per quali valori di x il grafico della funzione si trova nel III quadrante?
3. Disegnare il grafico della funzione $g(x) = x^{\frac{2}{3}}$ ($x > 0$) in scala logaritmica (su entrambi gli assi). È ragionevole rappresentare $f(x) = g(x) - 1$ in scala logaritmica?
4. Il cesio isotopo ^{137}Cs perde annualmente il 2,3 % della sua massa per disintegrazione radioattiva. Il decadimento radioattivo è esponenziale, cioè il numero $N(t)$ di atomi residui al tempo t può essere valutato in rapporto al numero N_0 di atomi radioattivi iniziali tramite la formula

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}.$$

- (a) Trovare la *costante di decadimento* λ (unità di misura?) per il ^{137}Cs .
 - (b) Qual è la relazione tra il tempo di dimezzamento $T_{1/2}$ e λ ? Calcolare il tempo di dimezzamento di ^{137}Cs .
 - (c) Dopo quanti anni la radioattività del ^{137}Cs si riduce a 1%?
5. Il cesio isotopo ^{134}Cs ha un tempo di dimezzamento di 2 anni. Calcolare la costante di decadimento λ per il ^{134}Cs .
6. Siano $a, b, c \in \mathbf{R}$ costanti positive ($e = 2,7\dots$). Trovare i limiti delle seguenti funzioni per $t \rightarrow +\infty$:

(a) $f(t) = \frac{a}{1 + be^{-ct}}$ (funzione logistica di crescita),

(b) $f(t) = a \left(1 + \frac{b-a}{a - be^{c(b-a)t}} \right)$ (funzione della cinetica chimica).

Suggerimento: distinguere i casi $a > b$, $a = b$ e $a < b$.