

C.d.L. in Produzioni animali e controllo della fauna selvatica

Matematica

02. 10. 2013

Attenzione! Non usate la calcolatrice per gli esercizi 1-8. Chi avesse difficoltà a svolgere gli esercizi deve farne molti analoghi, ad esempio sfruttando i corsi online di AlmaMathematica II (Diversi tipi di numeri) e II1 (Radici e logaritmi).

1. Esprimere i seguenti numeri razionali come frazione ridotta ai minimi termini:

(a) $0.04 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$, $1.35 = \frac{135}{100} = \frac{27}{20}$, $0.107 = \frac{107}{1000}$, $-2.3 = -\frac{23}{10}$, $2.15 = \frac{215}{100} = \frac{43}{20}$,
 $(1.2)^{-2} = (\frac{12}{10})^{-2} = (\frac{5}{6})^2 = \frac{25}{36}$, $(2/3)^{-1} = \frac{3}{2}$, $(5/15)^{-3} = 3^3 = 27$, $(0.12)^{4/2} =$
 $(\frac{12}{100})^2 = (\frac{3}{25})^2 = \frac{9}{625}$;
(b) $0, \overline{12} = 0, 121212\dots = 12 \cdot (\frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \frac{1}{100^3} + \dots)$, usando la formula
della somma di una serie geometrica. $= \frac{12}{100} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$

2. Calcolare i seguenti numeri:

(a) $\{13[12 + 2(3 - 4)]\}^2 \cdot \{13[8 - (7 - 9)]\}^{-3} = 130^2 \cdot 130^{-3} = 130^{-1} = 1/130$;
(b) $(-3)^2[2(11 - 9)][1/6 - 2/9] = 9 \cdot 4 \cdot \frac{3-4}{18} = -2$;
(c) $1/27 + 1 + 8(5 - 7)^{-3}(1 - 2/27) = 1/27 + 1 - 25/27 = 3/27 = 1/9$;
(d) $(3 - 1)^2/(3^2 - 1)(5/6 - 2/7) = (4/8)(35 - 12)/42 = 23/84$.

3. Scrivere in ordine crescente i numeri $3/11$, $2/5$, 0.3 , $\sqrt{2}$, 0.17 , 1.3 .
 $3/11$, $0.3 = 3/10$, $2/5 = 4/10$, 1.3 , $\sqrt{2}$.

4. Calcolare il 3% di 20, l'8 per mille di 50 000, il 5% di 250 e il 40% del risultato ottenuto. $0.03 \times 20 = 0.6 = 3/5$; $0.008 \times 50\,000 = 400$; $0.05 \times 250 = 12.5$; $12.5 \times 0.4 = 5$

5. Calcolare (a) $8^{1/3} = \sqrt[3]{8} = 2$; (b) $\frac{5 \times 10^{13} \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-7} \times 10^5} = \frac{5}{4} 10^{11} = 1.25 \times 10^{11}$;

(c) $\frac{2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-2} \cdot 10^5} = \frac{2}{3} = 0.\overline{6}$; (d) $\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt{a^3} = a^{1/2 + 1/4 + 3/2} = a^2 = \sqrt[4]{a^9} = a^2 \sqrt[4]{a}$;

(e) $\sqrt[3]{8 \cdot 10^{36} \cdot 10^{-12}} = 2 \cdot 10^8$; (f) $\sum_{k=0}^{10} \frac{1}{2^k} = \frac{1 - (\frac{1}{2})^{11}}{1 - \frac{1}{2}} = 2 - 2^{-10} = \frac{2047}{1024}$;

(g) $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{2^k} = \text{somma di (f)} - 1 = \frac{1023}{1024}$; (h) $\log_{1/3} 27 = -3$; (i) $\log_{0.2} 25 = \log_{1/5} 25 = -2$.

6. È razionale il numero $\sqrt[3]{27^{-1} \cdot 10^{36} \cdot 10^{-12}}$? In caso affermativo scrivetelo come quoziente di numeri interi. $= \frac{10^8}{3}$; è razionale

7. Quale dei termini *intero*, *razionale* ed *irrazionale* si applica al numero dato?

(a) $\log_{10} \frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{1}{2}$, **razionale** (b) $0, \overline{6} = \frac{2}{3}$, **razionale** (c) $e = 2, 7 \dots$ **irrazionale**

(d) $-\sqrt{16} = -4$, **intero** (e) $2^{1/2} = \sqrt{2}$, **irrazionale**

(f) $1, \overline{2} \times 0, \overline{81} = (1 + \frac{2}{10} \frac{1}{1 - \frac{1}{10}}) \times (\frac{81}{100} \frac{1}{1 - \frac{1}{100}}) = \frac{11}{9} \times \frac{9}{11} = 1$, **intero**.

8. Calcolate le seguenti somme (parziali di serie geometriche):

$$(a) 1 + 1/3 + 1/9 + 1/27 + 1/81 + 1/243 = \frac{1 - (\frac{1}{3})^6}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{728}{729} = \frac{364}{243},$$

$$(b) 2 + 2/11 + 2/11^2 + \dots + 2/11^5 = 2 \cdot \frac{1 - (\frac{1}{11})^6}{1 - \frac{1}{11}} = \frac{2}{5} \cdot \frac{11^6 - 1}{11^5} = \frac{354312}{11^5} = \frac{354312}{161051},$$

$$(c) 1 - 1/2 + 1/4 - 1/8 + 1/16 - 1/32 + 1/64 = \frac{1 + (\frac{1}{2})^7}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{129}{128} = \frac{43}{64}.$$

Quali sono le somme delle corrispondenti serie geometriche?

$$(a) \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}; (b) \frac{2}{1 - \frac{1}{11}} = \frac{11}{5}; (c) \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

9. Un capitale è investito da lungo tempo ad un tasso fisso di interesse annuo del 1%. Se attualmente il capitale, aumentato degli interessi via via maturati, è di 88 369,77 euro, quale era l'ammontare del capitale 10 anni fa?
 $88\,369,77/1,01^{10}$ euro ≈ 80000 euro

10. Calcolare con la calcolatrice $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ per $n = 10^7$ e per $n = -10^7$ e confrontare i risultati con il numero e di Nepero/Eulero.

2.71828169398 e 2.71828196329 rispettivamente; confronto con e :

$$\left(1 + \frac{1}{10^7}\right)^{10^7} - e = -0.000000134478672642 \approx 1.3 \times 10^{-7}$$

$$\left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^{-10^7} - e = 0.000000134833857413 \approx 1.3 \times 10^{-7}$$