

- Un comune foglio di carta ha uno spessore di circa 0,072 mm. Se il foglio venisse piegato una prima volta in due, poi il foglio ripiegato piegato di nuovo in due, poi una terza volta e così via, 42 volte in totale, quale sarebbe lo spessore raggiunto (in km)? $0,072 \times 10^{-6} \times 2^{42} = 320000$ km; **distanza media della Luna dalla Terra: 380000 km**
- Si ricordi che il pH di una soluzione acquosa sufficientemente diluita è stato definito da Sørensen come $pH = -\log_{10}([H_3O^+] \text{ dm}^3/\text{mol})$, dove $[H_3O^+]$ indica la concentrazione di H_3O^+ .
 - Calcolare il pH di una soluzione $2,0 \cdot 10^{-3}M$ di HCl ($M = \text{mol}/\text{dm}^3$).
 $pH = -\log_{10}(2,0 \times 10^{-3}) = 3 - \log_{10}(2,0) = 2,7$
 - Il pH di una soluzione è 9,67, quello di un'altra 8,67. Calcolare in entrambi i casi la concentrazione di H_3O^+ . $[H_3O^+] = 10^{-pH} \text{ mol}/\text{dm}^3 = 2,14 \times 10^{-10} \text{ mol}/\text{dm}^3$ e $2,14 \times 10^{-9} \text{ mol}/\text{dm}^3$
- In determinate condizioni, il numero di un certo tipo di batteri triplica ogni due giorni. Se la crescita è esponenziale, qual è l'aumento percentuale dopo 6 ore? E dopo 18 ore? **Partendo da N batteri, si hanno dopo un ora $3^{\frac{1}{48}}N$ batteri, dopo 6 ore $3^{\frac{6}{48}}N$ e dopo 18 ore $3^{\frac{18}{48}}N$ batteri, quindi un aumento percentuale di $(3^{\frac{1}{8}} - 1) \times 100\% = 14,72\%$ e $(3^{\frac{3}{8}} - 1) \times 100\% = 50,98\%$ rispettivamente.**
- Si stima che la popolazione mondiale, attualmente di circa 7 miliardi di individui, aumenti dell'1,1% all'anno. Supponendo che il tasso di crescita rimanga invariato nel tempo, calcolare entro quanti anni la popolazione raddoppierà, quadruplicherà, decuplicherà. **Sia n il numero degli anni che ci vogliono per arrivare ad k volte del numero iniziale della popolazione. Allora $(1+0,011)^n = k$, cioè $n = \log_{1,011} k = \frac{\log k}{\log(1,011)}$. Otteniamo 63, 127 e 210 anni rispettivamente.**
- È più vantaggioso investire un capitale per 10 anni in regime di interesse semplice al tasso annuo del 5% o, sempre per 10 anni, in regime di interesse composto ad un tasso annuo del 4%? **Qual è l'aumento percentuale nei due casi? Nel primo caso l'aumento percentuale è $10 \times 5\% = 50\%$, nel secondo caso $(1,04^{10} - 1) \times 100\% = 48\%$.**
- Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$,
 valutare (se ciò è possibile) $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & 5 \end{bmatrix}$, $\mathbf{A} + \mathbf{C}$ non è definito, $\mathbf{A} - \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 1 \\ -5 & 4 & 3 \end{bmatrix}$, $3\mathbf{A} - \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 11 & -8 & 3 \\ -5 & 14 & 11 \end{bmatrix}$, \mathbf{AB} non è definito, \mathbf{AC} non è definito, $\mathbf{CA} = \begin{bmatrix} 6 & -4 & 2 \\ 3 & 13 & 13 \end{bmatrix}$.

7. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 8 \end{bmatrix}$, ed i vettori

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{w} = [3 \quad 1 \quad -1], \text{ calcolare } \mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 9 & 18 & 37 \\ 6 & 12 & 28 \end{bmatrix}, \mathbf{Av} = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Bv} = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ -6 \end{bmatrix}, \mathbf{vw} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -6 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{wv} = 1.$$