

## Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Un brodo di coltura è infetto da  $N_0$  batteri. Le cellule dei batteri si dividono ogni tre ore.

- (a) Quanti batteri ci saranno nel brodo dopo 24 h?
- (b) Determinare il parametro  $\lambda$  (in  $\text{h}^{-1}$ ) in modo tale che il numero  $N$  dei batteri presenti dopo  $t$  ore possa essere approssimata mediante la funzione  $N = N(t) = N_0 2^{\lambda t}$ .
- (c) Determinare il parametro  $\mu$  (in  $\text{h}^{-1}$ ) in modo tale che il numero  $N$  dei batteri presenti dopo  $t$  ore possa essere approssimata mediante la funzione  $N = N(t) = N_0 e^{\mu t}$ .

2. Trovare le derivate di

a)  $v(t) = 4t^3 + \frac{1}{t}$ ,   b)  $y = \cos(5x^2 + 3)$ ,   c)  $y = \frac{x}{e^x}$ ,   d)  $y = x^2 \cdot \ln x$ .

3. Data la funzione  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$ , calcolare:

- (a) i minimi e i massimi relativi;
- (b) gli asintoti;
- (c) il polinomio di Taylor di grado 2 e di punto iniziale  $x_0 = 1$ .

4. Calcolare gli integrali:

(a)  $\int_0^2 |x - 1| dx$ ,   (b)  $\int_0^\pi \cos \frac{x}{2} dx$ ,   (c)  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$ ,   (d)  $\int x e^{-x} dx$ .

5. Nella reazione bimolecolare  $2\text{NO}_2 \longrightarrow \text{N}_2\text{O}_4$  la concentrazione molare  $C = C(t) = [\text{NO}_2]$  in funzione del tempo  $t$  è soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \frac{dC}{dt} = -kC^2 \\ C(0) = C_0, \end{cases}$$

dove  $k$  è una costante positiva.

- (a) Calcolare la soluzione del problema di Cauchy.
- (b) Trovare il limite di  $C(t)$  per  $t \rightarrow \infty$ .

6. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = 3x - y, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2.$$

- (a) Disegnare le curve di livello della funzione  $f$  per le quote  $-1$ ,  $0$  e  $1$ .
- (b) Calcolare il gradiente della funzione  $f$ .
- (c) In quali direzioni la derivata direzionale della funzione  $f$  nel punto  $(0, 1)$  si annulla e in quali direzioni essa assume il massimo e il minimo? Determinare il valore di tale massimo e minimo.