

Istituzioni di Matematica – C. d. L. in Biotecnologie

1. Le basi dell'RNA sono quattro: adenina (A), guanina (G), citosina (C) ed uracile (U). Durante la sintesi proteica la cellula traduce una sequenza di codoni (o triplette di basi) in una sequenza di amminoacidi. Ad esempio, il codone CCG codifica la prolina, CGC l'arginina e GCC l'alanina.

- (a) Qual è il numero dei possibili codoni che si possono formare con le 4 basi?
 (b) Qual è il numero dei possibili codoni che contengono l'adenina?

2. Trovare le derivate di

(a) $U(t) = pt^{\frac{2}{3}} - qt^{-1}$, (b) $y = \sqrt{x} \cdot \sin x$, (c) $R(s) = \frac{1}{as + b}$, (d) $y = \log_{10} e^x$.

3. Una coltura batterica di *Salmonella typhi*, nella fase esponenziale della sua crescita, si raddoppia ogni 20 minuti. Supponiamo che tale crescita duri nel tempo (ipotesi non realistica, si veda (b)).

- (a) Quante cellule batteriche discenderanno da una singola cellula batterica in 48 ore?
 (b) La massa di una singola cellula batterica è circa 10^{-12} g. Si calcoli la massa delle cellule in (a) in kg e si esprima tale massa come multiplo della massa della terra ($5,97 \times 10^{24}$ kg).
 (c) Sia $N(t)$ il numero dei batteri presenti quando è trascorso il tempo t (in minuti), e sia $N_0 = N(0)$. Determinare la costante λ in modo tale che $N(t) = N_0 e^{\lambda t}$.

4. Calcolare gli integrali: (a) $\int \frac{pt^2 + q}{t} dt$, (b) $\int_{-4}^0 \frac{1}{\sqrt{1-2x}} dx$, (c) $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$.

5. La concentrazione $C = C(t)$ di un soluto in funzione del tempo t sia soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{dC}{dt} = 3(20 - C) \\ C(0) = 5. \end{cases}$$

- (a) Si calcoli la soluzione del problema di Cauchy.
 (b) Si trovi il limite di $C(t)$ per $t \rightarrow +\infty$.
 (c) Usando la risposta di (a), si determini t in modo tale che $C(t) = 10$.

6. Si consideri la funzione

$$z = f(x, y) = xy - x^3 - y^3, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$$

e se ne determinino:

- (a) il gradiente nel punto $(0, 1)$;
 (b) la derivata direzionale nel punto $(0, 1)$ in direzione dell'asse x negativo;
 (c) i punti stazionari e i massimi relativi.