

NOME E COGNOME

anno immatricolazione.

1

2

3

4

5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

### ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y' = \frac{x+1}{x+3}y + 4e^x, \quad y(0) = 0.$$

2) Calcolare il minimo e il massimo valore che la funzione  $f(x,y) = x^2 + y^2$  assume nell'insieme  $A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2; x > 0, \ln x \leq y \leq 2\ln x, y \leq 1\}$ .

3) Calcolare l'integrale doppio  $\iint_A \frac{y}{x} dx dy$ ,  $A = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2; x > 0, \ln x \leq y \leq 2\ln x, y \leq 1\}$ .

Si noti che l'insieme  $A$  è lo stesso dell'esercizio 2.

4) Dati i numeri complessi  $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}i$  e  $w = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}i$ ,

a) rappresentare graficamente nel piano complesso i numeri  $z^n$  e  $w^n$  per  $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$  (in un disegno separato per ogni  $n$ )

b) scrivere i numeri  $z^n - w^n$  ( $n \in \mathbf{N}$ ) in forma algebrica  $a + bi$  ( $a, b \in \mathbf{R}$ ).

5) Calcolare gli autovalori (reali o complessi) e gli autovettori corrispondenti della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 5 & 0 & -3 \end{pmatrix}. \text{ Qual è la molteplicità algebrica e la molteplicità geometrica di ciascun}$$

autovalore? Dire se la matrice è diagonalizzabile, rispettivamente su  $\mathbf{R}$  o su  $\mathbf{C}$ .