

NOME E COGNOME

anno immatricolazione.

1**2****3****4****5**

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y'' + 2y' = 12xe^{-2x}; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

2) Calcolare il minimo e il massimo valore assunti dalla funzione $f(x,y) = y - \frac{8}{x}$ nell'insieme

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x > 0, xy \geq 6, 2x + y - 8 \leq 0\}.$$

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A xy^3 \, dx \, dy, \quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x > 0, xy \geq 6, 2x + y - 8 \leq 0\}$$

4) Risolvere nel campo complesso l'equazione: $(1 - 2i)z^2 = -4 - 22i$.

Scrivere le soluzioni in forma algebrica ($a + bi$ con $a, b \in \mathbb{R}$); rappresentare graficamente le soluzioni nel piano complesso.

N.B.: per calcolare le radici quadrate di un numero complesso possono essere utili le formule:

$$\cos^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 + \cos \vartheta) \quad \text{e} \quad \sin^2\left(\frac{\vartheta}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 - \cos \vartheta).$$

5) Determinare i valori dei parametri k e ℓ per i quali la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & k \\ \ell & 4 \end{pmatrix}$ ha autovettori

ortogonali e ammette come autovettore $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Assegnati a k e ℓ tali valori, determinare tutti

gli autovalori di \mathbf{A} e una base ortonormale di \mathbb{R}^2 formata da autovettori per \mathbf{A}