

**NOME E COGNOME**

anno immatricolazione.

**1****2****3****4****5**

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

**ESERCIZI DA SVOLGERE**

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$3y'' + y' = 8 + 10e^{-2x}, \quad y(0) = 5, \quad y'(0) = 10.$$

2) Determinare e classificare i punti critici per la funzione  $f(x, y) = x \ln(x^2 + y^2)$ .

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A y \, dx \, dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 \leq 2, x^2 + y \geq 0, x \geq 0\}$$

4) Calcolare il modulo e un argomento del numero complesso  $z = (\sqrt{3} - i)^2 e^{\frac{\pi}{4}i}$ .

Scrivere  $z^{-1}$  in forma esponenziale ( $z^{-1} = \rho e^{i\vartheta}$  con  $\rho, \vartheta \in \mathbb{R}$ ,  $\rho > 0$ ).

5) Data la matrice  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , calcolare gli autospazi della matrice  $\mathbf{A} = \mathbf{B}^3$  e dire se la matrice  $\mathbf{A}$  è diagonalizzabile su  $\mathbb{R}$  o su  $\mathbb{C}$ , motivando la risposta. Dire se la matrice  $\mathbf{A}$  è invertibile e, in caso affermativo, calcolare  $\mathbf{A}^{-1}$ .