

NOME E COGNOME

anno immatricolazione.

1

2

3

4

5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$5y'' + 2y' + y = 4e^{-\frac{x}{5}}; \quad y(0) = 6, \quad y'(0) = 2.$$

2) Calcolare il minimo e il massimo valore che la funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4x$ assume nell'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 1 \leq y \leq 1 + x^3, x \leq 3\}$, e indicare quali sono i punti di A in cui tali valori vengono assunti.

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A \frac{x^3}{y^3 + 2} dx dy, \quad A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2; 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, x^2 \leq y \leq 2x^2\}$$

4) Risolvere nel campo complesso l'equazione: $z^6 = -64$. Scrivere le soluzioni in forma algebrica ($z = a + bi$ con $a, b \in \mathbb{R}$) e in forma esponenziale ($z = \rho e^{i\vartheta}$ con $\rho, \vartheta \in \mathbb{R}, \rho \geq 0$); rappresentare graficamente le soluzioni nel piano complesso.

5) Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & k \\ 4 & \ell \end{pmatrix}$, determinare i valori dei parametri k e ℓ in modo che 3 sia autovalore e $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ autovettore per \mathbf{A} relativo all'autovalore 3.

Assegnati a k e ℓ tali valori, dire se la corrispondente matrice \mathbf{A} è diagonalizzabile su \mathbb{R} (giustificare la risposta); dire poi se essa è invertibile e, in caso affermativo, calcolare \mathbf{A}^{-1} .