

NOME E COGNOME

anno immatricolazione.

1

2

3

4

5

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

### ESERCIZI DA SVOLGERE

1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y' = \frac{xy^3}{x^2+1}; \quad y(0) = -\frac{1}{2}.$$

2) Determinare e classificare i punti critici per la funzione:

$$f(x,y) = 27x^2 - 36y - 36xy - 18y^2 + 8y^3$$

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A x e^y \, dx \, dy, \quad A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y - 4 \leq 0 \leq x + y + 2\}$$

4) Calcolare il modulo e un argomento del numero complesso  $z = \frac{e^{\frac{\pi}{6}i}}{(1+i)^2}$ .

Scrivere  $z^{-1}$  in forma esponenziale ( $z^{-1} = \rho e^{i\vartheta}$  con  $\rho, \vartheta \in \mathbb{R}, \rho \geq 0$ ).

5) Determinare i valori dei parametri  $a, b, c, d$  nella matrice  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & a & 3 \\ b & 3 & c \\ 3 & d & 1 \end{pmatrix}$  in modo tale che

$(1,1,1)^T$  sia un autovettore per  $\mathbf{A}$  e  $\mathbb{R}^3$  abbia una base *ortonormale* formata da autovettori per  $\mathbf{A}$ .

Assegnati ad  $a, b, c, d$  tali valori, determinare una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  formata da autovettori per  $\mathbf{A}$ .