

NOME E COGNOME

anno immatricolazione

.....

1**2****3****4****5**

Svolgere gli esercizi nelle cinque facciate bianche disponibili; sarà ritirato **soltanto questo fascicolo**; non saranno quindi ritirati fogli di malacopia o altri allegati di qualunque genere.

ESERCIZI DA SVOLGERE

- 1) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy, e precisare il suo dominio:

$$y' = \frac{-xy}{4-x^2} + 6x; \quad y(\sqrt{5}) = 3.$$

- 2) Sia $f(x,y) = y^2 \ln(x+y)$.

- a) rappresentare graficamente nel piano cartesiano il dominio naturale D di f e i suoi sottoinsiemi A, B, C nei quali $f(x,y)$ assume rispettivamente valori positivi, negativi, zero.
b) Determinare i punti critici per f e classificarli, servendosi di quanto ottenuto in (a).

- 3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_A \frac{e^x}{1+y^2} dx dy, \quad A = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2; 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}; 0 \leq y \leq \tan x \right\}$$

- 4) Dato il numero complesso $w = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, determinare tutti i numeri complessi z di modulo 2 tali che $w\bar{z} = z$; rappresentare graficamente tali numeri z nel piano complesso.

- 5) Determinare una base ortonormale di \mathbb{R}^2 composta di autovettori per la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}. \text{ Diagonalizzare } \mathbf{A} \text{ con una matrice di passaggio ortogonale di determinante } 1$$

(cioè la matrice di una rotazione). Stabilire qual è l'angolo di rotazione e descrivere geometricamente l'endomorfismo definito da \mathbf{A} rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^2 .