

1. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 50, p. 454) Trovare i punti critici della funzione $f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ e classificarli:

$$f(x, y, z) = xyz e^{-x^2-2y^2-3z^2}.$$

2. Si considerino le tre coniche definite dalle seguenti equazioni cartesiane:

- (1) $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$
- (2) $x^2 + 2xy + x + 2y - 2 = 0$
- (3) $9x^2 - 6xy + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$

Per ognuna di esse:

- (a) Si scriva la matrice A della forma quadratica associata alla conica.
 - (b) Si determinino una matrice di rotazione M tale che $M^T A M$ sia diagonale e una traslazione tale che la composizione della rotazione e della traslazione trasformi l'equazione della conica in forma canonica.
 - (c) Si stabilisca se si tratta di un'iperbole, parabola o ellisse (non degenerare o degenerare).
 - (d) Se si tratta di una conica a centro (ellisse o iperbole), si ne determinino il centro e gli assi. Se si tratta di una parabola, si ne determinino il vertice e l'asse.
3. Risolvere nel campo complesso l'equazione

$$\frac{2iz - 4}{z + 5i} = -1 + 2i,$$

rappresentare la soluzione nel piano complesso e di essa calcolare il modulo e un argomento.