

1. Risolvere nel campo complesso l'equazione

$$\frac{2iz - 4}{z + 5i} = -1 + 2i,$$

rappresentare la soluzione nel piano complesso e di essa calcolare il modulo.

2. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 31, Esercizio 18) Calcolare il modulo dei numeri:

$$\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}, \quad \frac{1 + i}{1 - i}, \quad \frac{1 + i}{\sqrt{3} + i}.$$

3. Quali dei seguenti numeri complessi si possono ottenere da $z = x + iy$ geometricamente? Si faccia un disegno.

(a) $\bar{z} := x - iy$, (b) $\overline{-z}$, (c) $-z$, (d) $\frac{1}{z}$ (usare l'inversione circolare).

4. Disegnare nel piano complesso il luogo dei punti z tali che:

(a) $|z| = 2$, (b) $|z| < 2$, (c) $|z| > 2$, (d) $|z - 1| = 2$, (e) $|z + 1| = 1$,

(f) $|z + 1| = |z - 1|$, (g) $|z + i| = |z - 1|$, (h) $\operatorname{Re}(z^2) > 2$, (i) $\operatorname{Im}\left(\frac{1}{z}\right) = -1$.

(Si ricordi che $|z_1 - z_2|$ è la distanza tra z_1 e z_2 . $\operatorname{Re}(z)$ denota la parte reale e $\operatorname{Im}(z)$ la parte immaginaria di z .)

5. Esprimere i seguenti angoli in radianti: (a) 135° ; (b) -90° ; (c) 40° ; (d) 80° .

6. Esprimere i seguenti angoli in gradi: (a) $0,25$ rad; (b) $0,5$ rad; (c) $-\pi$ rad.

7. Determina i valori di $\alpha \in \mathbf{R}$ tali che:

(a) $\cos \alpha = -1/2$; (b) $\sin \alpha = -\sqrt{3}/2$; (c) $\sin(2\alpha) = 1/\sqrt{2}$.

8. Disegnate il grafico delle seguenti funzioni:

$$\begin{array}{ll} y = \cos(2x), & y = \tan(3x), \\ y = 2 \sin\left(\frac{x}{2}\right), & y = \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right), \\ y = 1 - \cos x, & y = 1 = \cos(3x). \end{array}$$

9. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 183, Esercizio 1) Stabilire se le seguenti funzioni sono periodiche, e in caso affermativo determinarne il periodo:

(a) $\sin 2x + \cos 3x$, (b) $(\sin x)^2$, (c) $\cos(2x + 1)$, (d) $\sin(x^3)$, (e) $2^{\sin x}$,
(f) $\tan \frac{x}{2} + (\cos x)^2$.

10. Trova i seguenti valori:

(a) $\arccos(\frac{1}{2})$, (b) $\arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2})$, (c) $\arctan(1)$, (d) $\arctan(-\sqrt{3})$.

11. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 184, Esercizio 20) Dire quali sono il dominio e l'immagine delle seguenti funzioni:

$$f(x) = 2 \arcsin(x - 1); \quad g(x) = \frac{1}{2} \arccos(2x + 1).$$