

**Calcolo Numerico e Laboratorio di Informatica L**  
**Prova del 22/06/2010**

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Nome:** \_\_\_\_\_

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. (a) Si calcoli con la formula (semplice) di Simpson il valore numerico approssimato  $I_s(f)$  dell'integrale

$$I(f) = \int_a^b f(x) dx = \int_0^1 e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

con 4 cifre dopo la virgola:  $I_s(f) =$  .

- (b) È noto che l'errore vale  $I(f) - I_s(f) = -\frac{1}{16} \frac{(b-a)^5}{180} f^{(4)}(\xi)$  per un opportuno  $\xi \in [a, b]$ , purché  $f \in C^4([a, b])$ . Quindi si calcoli

$$f^{(4)}(x) =$$
.

- (c) Si mostri che  $f^{(4)}$  è monotona in  $[0, 1]$ :

Utilizzando tale monotonia, si trovi un intervallo di ampiezza minore di 0,002 che contiene il valore esatto  $I(f)$  dell'integrale:

$$\leq I(f) \leq$$
.

2. Data la matrice  $\mathbf{A}_\alpha = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ , dove  $0 \leq \alpha < 2\pi$ ,

- (a) dire per quali valori di  $\alpha$  la matrice  $\mathbf{A}_\alpha$  ammette autovalori reali e calcolarli; inoltre trovare per ognuno degli autovalori reali  $\lambda$  l'autospazio  $E(\mathbf{A}_\alpha, \lambda)$  di  $\mathbf{A}_\alpha$  relativo a  $\lambda$ :

$\alpha$	$\lambda$	$E(\mathbf{A}_\alpha, \lambda) := \{\mathbf{v} \in \mathbb{R}^2 \mid \mathbf{A}_\alpha \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}\}$

- (b) calcolare  $\mathbf{A}^2 =$   e  $\mathbf{A}^{-1} =$  .