

Calcolo Numerico e Laboratorio di Informatica L
Prova del 13/09/2010

Cognome: _____

Nome: _____

Matricola: _____

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Si calcoli il valore numerico approssimato dell'integrale $I(f) = \int_a^b f(x) dx = \int_4^6 \frac{dx}{\ln x}$ con 4 cifre dopo la virgola usando le formule di quadratura composite su $M = 4$ intervalli equispaziati (a) del punto medio e (b) del trapezio:

(a) $I_{pm}^c(f) =$ (b) $I_t^c(f) =$

- (c) Dato che $f \in C^2([a, b])$, si ha $I(f) - I_{pm}^c(f) = \frac{1}{24M^2}(b-a)^3 f''(\xi_{pm})$ e $I(f) - I_t^c(f) = -\frac{1}{12M^2}(b-a)^3 f''(\xi_t)$, dove ξ_{pm} e ξ_t sono punti opportuni in $[a, b]$. Quindi si calcoli

$f''(x) =$.

(d) Si trovino $\min_{a \leq x \leq b} f''(x) =$ e $\max_{a \leq x \leq b} f''(x) =$.

- (e) Usando i punti precedenti, si trovi un intervallo di ampiezza al massimo $2,5 \times 10^{-3}$ che contenga il valore esatto $I(f)$ dell'integrale.

2. Date le matrici $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -i & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (i è l'unità immaginaria), calcolare

(a) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} =$, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^T =$;

- (b) gli autovalori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ (reali e complessi) di \mathbf{A} :

$\lambda_1 =$ $\lambda_2 =$ $\lambda_3 =$;

- (c) autovettori normalizzati di \mathbf{A} relativi a λ_1, λ_2 e λ_3 rispettivamente:

$\mathbf{x}_1^T =$ $\mathbf{x}_2^T =$ $\mathbf{x}_3^T =$