

**Calcolo Numerico e Laboratorio di Informatica L**  
**Prova del 21/06/2011**

**Cognome:** \_\_\_\_\_

**Nome:** \_\_\_\_\_

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. Si calcoli

$$I(f) = \int_a^b f(x) dx = \int_0^{0,8} \text{sen}(x^2) dx$$

con la formula di quadratura composta del trapezio  $I_t^c(f)$  su  $M$  sottointervalli equispaziati, scegliendo il minimo numero  $M = 2^k, k = 0, 1, 2, \dots$  che garantisca una precisione di  $|I(f) - I_t^c(f)| \leq 0,01$ . Si ricordi che l'errore vale  $I(f) - I_t^c(f) = -\frac{1}{12M^2}(b-a)^3 f''(\xi)$  per un opportuno  $\xi \in [a, b]$ , purché  $f \in C^2([a, b])$ . Quindi si calcolino:

(a)  $f'(x) =$  ,  $f''(x) =$

(b)  $f'''(x) =$

(c)  $\min_{a \leq x \leq b} f''(x) =$  ,  $\max_{a \leq x \leq b} f''(x) =$  ,  $M =$

(d)  $I_t^c(f) =$  .

2. Data la matrice  $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}$ , dove  $\alpha, \beta \in \mathbf{R}, |\alpha| \neq |\beta| > 0$  ( $\mathbf{H}$  è la matrice hamiltoniana di Hückel per la molecola dell'etilene), calcolare

(a) gli autovalori  $E_1, E_2$  di  $\mathbf{H}$ :  $E_1 =$  ,  $E_2 =$

(b) autovettori normalizzati  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$  di  $\mathbf{H}$  relativi a  $E_1, E_2$  rispettivamente:

$\mathbf{x}_1^T =$  ,  $\mathbf{x}_2^T =$

(c)  $\mathbf{H}^2 =$  ,  $\mathbf{H}^{-1} =$  .