

Calcolo Numerico e Laboratorio di Informatica L
Prova del 04/07/2011

Cognome: _____

Nome: _____

Svolgere gli esercizi nelle due facciate bianche disponibili e scrivere le soluzioni nei riquadri. Sarà ritirato soltanto questo fascicolo.

1. (a) Si calcoli il valore numerico approssimato dell'integrale

$$I(f) = \int_a^b f(x) dx = \int_0^{0,4} \cos(x^2) dx$$

con 6 cifre dopo la virgola usando la formula (semplice) di Simpson:

$$I_s(f) = \boxed{}.$$

- (b) È noto che l'errore vale $I(f) - I_s(f) = -\frac{1}{2880}(b-a)^5 f^{(4)}(\xi)$ per un opportuno $\xi \in [a, b]$, purché $f \in C^4([a, b])$. Quindi si calcoli

$$f^{(4)}(x) = \boxed{}.$$

- (c) $f^{(4)}$ è monotona crescente in $[a, b]$ (la dimostrazione di questo fatto *non* è richiesta). Utilizzando tale monotonia, si trovino

$$\min_{a \leq x \leq b} f^{(4)}(x) = \boxed{} \quad \text{e} \quad \max_{a \leq x \leq b} f^{(4)}(x) = \boxed{}.$$

- (d) Usando i punti precedenti, si trovi un intervallo di ampiezza al massimo 10^{-5} che contenga il valore esatto $I(f)$ dell'integrale:

$$\boxed{} \leq I(f) \leq \boxed{}.$$

2. Data la matrice $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, calcolare

(a) $\mathbf{A}^2 = \boxed{}$ (b) $\mathbf{A}^{-1} = \boxed{}$

- (c) gli autovalori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ (possono coincidere) di \mathbf{A} :

$$\lambda_1 = \boxed{} \quad \lambda_2 = \boxed{} \quad \lambda_3 = \boxed{}$$

- (d) autovettori **ortonormalizzati** di \mathbf{A} , relativi a λ_1, λ_2 e λ_3 rispettivamente:

$$\mathbf{x}_1^T = \boxed{} \quad \mathbf{x}_2^T = \boxed{} \quad \mathbf{x}_3^T = \boxed{}$$