C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e i Materiali, curriculum Materiali Tradizionali e Innovativi 21. 10. 2012

1. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 71, Esercizio 24) Stabilire quali delle seguenti funzioni $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ sono lineari:
   (a) $f\colon (x,y) \mapsto (xy, x+y)$;
   (b) $f\colon (x,y) \mapsto (x-y, x+y+1)$;
   (c) $f\colon (x,y) \mapsto (2x-y, x+3y)$.

2. Dati i vettori $\vec{a} = (1,1,1)$, $\vec{b} = (-1,1,-1)$, $\vec{c} = (1,0,1)$ in $\mathbf{R}^3$,
   (a) verificare se $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sono linearmente indipendenti;
   (b) determinare $\dim \mathrm{Span}(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$;
   (c) trovare una base di $\mathrm{Span}(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$;
   (d) trovare una base ortonormale di $\mathrm{Span}(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$.

3. (Bramanti-Pagani-Salsa, p. 70, Esercizio 21) Per quali valori del parametro reale t il vettore $\mathbf{w} = (2,t,0,1)$ di $\mathbf{R}^4$ appartiene al sottospazio $\mathrm{Span}(\mathbf{u},\mathbf{v})$ generato da $\mathbf{u} = (1,0,0,1)$ e $\mathbf{v} = (0,1,0,1)$? Calcolare la dimensione dello $\mathrm{Span}(\mathbf{u},\mathbf{v},\mathbf{w})$ al variare di t.

4. Siano $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 4 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$.

   Calcolare (se è possibile) a mano e con MATLAB/Octave
   $$\mathbf{A}+\mathbf{B},\quad \mathbf{A}+\mathbf{C},\quad 3\mathbf{A}-\mathbf{B},\quad \mathbf{A}\cdot\mathbf{C},\quad \mathbf{C}\cdot\mathbf{A},\quad \mathbf{A}\cdot\mathbf{B}^T,\quad \mathbf{C}\cdot\mathbf{C}^T.$$

5. Scrivere la matrice `a` che viene creata dal seguente codice Octave:

```
clear a;
for k = 1 : 3
  for i = 1 : 2;
    a(i,k) = i + k;
  end;
end;
a
```