# C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e i Materiali, curriculum Materiali Tradizionali e Innovativi

02. 11. 2012

1. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 32, p. 93) Dimostrare il teorema di Binet per le matrici $2 \times 2$, ossia: dette
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$$
verificare che $\det(\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{A})\det(\mathbf{B})$, calcolando esplicitamente ambo i membri dell'uguaglianza.

2. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 37, p. 93) Scrivere la matrice inversa di ciascuna delle seguenti matrici:
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
Verificare i risultati in MATLAB/Octave (comando `inv`).

3. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 38, p. 94) Determinare il rango delle seguenti matrici:
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$
Verificare i risultati in MATLAB/Octave (comando `rank`).

4. (Bramanti-Pagani-Salsa, Esercizio 36, p. 93)
   (a) Calcolare $\mathbf{u} \wedge \mathbf{v}$ con $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{v} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$.
   (b) Calcolare l'area del parallelogramma generato dai vettori $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$.
   (c) Verificare i risultati in MATLAB/Octave (comandi `cross` e `norm`).

5. Data la funzione $f\colon \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, $f(x,y) = x^3 - y^2 + 6y - 12x + 5$, in MATLAB/Octave:
   (a) Definire la $f$ mediante il comando `inline` .
   (b) Plotare il grafico di $f$ nel rettangolo
   $$\{(x,y) \in \mathbf{R}^2 \mid -4 \le x \le 4,\ 0 \le y \le 6\}$$
   utilizzando la griglia
   ```
   xx = -4 : 0.2 : 4; yy = 0 : 0.2 : 6);
   [x,y] = meshgrid(xx, yy);
   ```
   e i comandi `mesh` o `meshc`.
   (c) Plotare le curve di livello con il comando `contour (xx, yy, f(x,y))` e il campo vettoriale gradiente (nella stessa figura: `hold on`) con il comando `quiver` utilizzando la griglia
   ```
   meshgrid(-4 : 0.5 : 4, 0 : 0.5 :6) .
   ```
   Dire quali sono i punti critici della funzione (è utile `grid on`) e classificarli.