C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e i Materiali, curriculum Materiali Tradizionali e Innovativi 13. 10. 2013

1. Calcolate le seguenti somme (parziali di serie geometriche):
   (a) $1 + 1/3 + 1/9 + 1/27 + 1/81 + 1/243$,
   (b) $2 + 2/11 + 2/11^2 + \cdots + 2/11^5$,
   (c) $1 - 1/2 + 1/4 - 1/8 + 1/16 - 1/32 + 1/64$.

   Quali sono le somme delle corrispondenti serie geometriche?

2. Si usi la formula della somma di una serie geometrica per esprimere il seguente numero razionale come frazione ridotta ai minimi termini:
$$0,\overline{12} = 0,121212\ldots = 12 \cdot (\frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \frac{1}{100^3} + \cdots).$$

3. (a) Convertite 100 in un numero binario. Controllate la correttezza del vostro risultato con il comando `dec2bin(100)` di Octave o MATLAB.
   (b) Convertite il numero binario 10010111 in un numero decimale e controllate il vostro risultato con il comando `bin2dec('10010111')` di Octave o MATLAB.

4. I numeri *floating point* sono i numeri di macchina nel formato
$$(-1)^s \cdot (0.a_1 a_2 \ldots a_t) \cdot \beta^e, \quad a_1 \neq 0,$$
dove $s \in \{0,1\}$, $\beta \in \mathbb{Z}, \beta \geq 2$, le cifre a_i sono comprese fra 0 e $\beta - 1$ e l'esponente $e \in \mathbb{Z}$ è compreso fra gli interi L e U. Sia $\mathbb{F}$ l'insieme dei numeri floating point $\mathbb{F}(\beta, t, L, U) = \mathbb{F}(2, 2, -2, 2)$.
   (a) Elencate gli elementi (numeri binari) di $\mathbb{F}$.
   (b) Convertite i numeri di $\mathbb{F}$ in numeri decimali $x_1, \ldots, x_n$ (in sedicesimi) e visualizzateli sulla retta dei numeri.

   I numeri `x1,x2,x3, ..., xn` si possono visualizzare con Octave/MATLAB con i seguenti comandi:

```
≫ x = [x1,x2,x3, ..., xn];
≫ y = [0, 0, 0, ..., 0];
≫ plot(x,y,'@')
```

5. Secondo lo standard IEEE 754 il numero $x = \frac{1}{3}$ viene rappresentato come numero in virgola mobile a precisione doppia mediante il numero
$$\begin{aligned} fl(x) &= 1.0101010101010101010101010101010101010101010101010101 \times 2^{-2} \\ &= \sum_{k=1}^{27} \frac{1}{4^k}. \end{aligned}$$
Calcolate l'errore assoluto $fl(x) - x$ e l'errore percentuale della rappresentazione. Qual è la somma della serie $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4^k}$?