C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e i Materiali, curriculum Materiali Tradizionali e Innovativi 20. 10. 2013

1. Eseguire le seguenti operazioni tra numeri complessi:

   (a) $(2+3i)-(5-4i)$, (b) $(3-2i)(4+5i)$, (c) $\dfrac{3-2i}{4+3i}$, (d)$\dfrac{1+i}{1-i}$.

2. Scrivere in forma algebrica ($z = a + ib, a, b \in \mathbf{R}$) i seguenti numeri complessi:

   (a) $(3-2i)(4+5i)$, (b)$\dfrac{1+i}{1-i}$, (c) $\dfrac{1}{(3+2i)^2}$, (c) $\dfrac{(\sqrt{3}+i\sqrt{2})^3}{\sqrt{2}-i\sqrt{3}}$.

   Calcolare il valore assoluto (o modulo) dei numeri di sopra.

3. Quali dei seguenti numeri complessi si possono ottenere da $z = x + iy$ geometricamente? Si faccia un disegno.
   (a) $\overline{z} := x - iy$ (complesso coniugato), (b) $-z$, (c) $\overline{(-z)}$.

4. Disegnare nel piano complesso il luogo dei punti z tali che:
   (a) $|z| = 2$, (b) $|z| < 2$, (c) $|z| > 2$, (d)$|z-1| = 2$, (e) $|z+1| = 1$,
   (f) $|z+1| = |z-1|$, (g) $|z+i| = |z-1|$, (h) $\mathrm{Im(z)} = \frac{1}{2}$.
   (Si ricordi che $|z_1 - z_2|$ è la distanza tra z_1 e z_2.)

5. Siano (θ, ρ) coordinate polari nel piano xy tali che $x = \rho \cos\theta$ and $y = \rho \sin\theta$. Calcolate le coordinate polari dei quattro punti $P_1(1,1)$, $P_2(-1,1)$, $P_3(-1,-1)$ e $P_4(1,-1)$ a mano (disegno!) e con Octave scegliendo

   (a) $\theta \in]-\pi, \pi]$ (comando cart2pol); (b) $\theta \in [0, 2\pi[$ (con Octave?).

6. Descrivete il luogo geometrico di tutti i punti del piano per le cui coordinate polari vale: (a) $\theta = \dfrac{\pi}{3}$; (b) $\rho = 3$; (c) $\rho = \theta$. Con Octave:
   (a) theta = pi/3 * ones(100); rho = linspace (0, 5); polar (theta, rho)
   (b) theta = linspace (0, 2 * pi); rho = 3 * ones(100); polar (theta, rho)
   (c) theta = linspace (0, 2 * pi); rho = theta; polar (theta, rho)