

**Probabilità e Statistica Matematica** (C.d.L. in Chimica Industriale)  
12. 12. 2005

1. Un'urna contiene 8 palline di cui 2 rosse e 6 nere. Vengono eseguite 5 estrazioni di una pallina, (A) rimettendo ogni volta la pallina estratta nell'urna, (B) non rimettendola. In entrambi i casi (A) e (B), si risponda a ciascuna delle seguenti domande:
  - (a) Qual è la probabilità che delle 5 palline estratte una sola sia rossa?
  - (b) Qual è la probabilità che delle 5 palline estratte almeno 2 siano rosse?
  - (c) Sia  $X$  il numero delle palline rosse tra le 5 palline estratte. Calcolare il valore atteso  $E(X)$  e la varianza  $\text{Var}(X)$  di  $X$ .
  - (d) Qual è il numero di palline rosse più probabile tra le 5 palline estratte?
2. Tre macchine  $A$ ,  $B$ ,  $C$  producono dei pezzi.  $A$  produce il 30%,  $B$  il 20% e  $C$  il 50% del totale e in media i pezzi difettosi sono il 10% di  $A$ , il 5% di  $B$  e il 2% di  $C$ .
  - (a) Qual è la probabilità che un pezzo scelto a caso sia difettoso?
  - (b) Se un pezzo scelto a caso è difettoso, qual è la probabilità che esso non sia stato prodotto dalla macchina  $C$ ?
3. Si considerino lanci ripetuti di una coppia di dadi.
  - (a) Qual è la probabilità che una coppia di sei esca per la prima volta all'ottavo lancio?
  - (b) Quante volte bisogna lanciare i due dadi affinché sia maggiore di 0,5 la probabilità che esca almeno una volta una coppia di sei?
4. Sia  $X$  un numero casuale tra 0 e 1, cioè una variabile aleatoria continua con funzione di densità
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{per } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$
  - (a) Qual è la probabilità che la prima cifra decimale di (una realizzazione di)  $X$  sia 2 o 3?
  - (b) Qual è la probabilità che il quadrato di  $X$  sia minore di  $\frac{1}{4}$ ?
  - (c) Trovare la funzione di distribuzione (ripartizione) e la funzione di densità di probabilità di  $X^2$ .
  - (d) Calcolare il valore atteso e la varianza di  $X^2$ .