

1. Si estraggono a caso due carte da una scatola contenente quattro carte numerate rispettivamente 2, 2, 3, 4. Siano  $X$  il numero massimo fra i numeri estratti ed  $Y$  la somma dei numeri estratti. Si determinino:
  - (a) la funzione di probabilità congiunta di  $(X, Y)$  (in forma di una tabella);
  - (b) le funzioni di probabilità marginali di  $X$  e  $Y$ ;
  - (c)  $E(X)$  e  $E(Y)$ ;
  - (d) le varianze  $\text{Var}(X)$  e  $\text{Var}(Y)$ ;
  - (e) la covarianza  $\text{Cov}(X, Y)$ ;
  - (f) il coefficiente  $\rho$  di correlazione tra  $X$  e  $Y$ .
2. Sia  $X$  una variabile aleatoria normale di media 5 e di varianza 4. Calcolare:
  - (a) la probabilità  $P(X > 8)$ ;
  - (b) la probabilità  $P((X - 5)^2 > 20)$ .
3. La durata in ore,  $X$ , di una lampadina elettrica prodotta da un determinato reparto è una variabile aleatoria con  $E(X) = 10^3$  e  $\text{Var}(X) = 10^5$ . Si determini la probabilità che la durata media di un campione casuale di 100 lampade sia almeno pari a 1020.
4. Si consideri una popolazione qualsiasi con varianza  $\sigma^2$ . Siano

$$T_1 = \frac{X_1^2 + X_2^2}{2} - \left( \frac{X_1 + X_2}{2} \right)^2, \quad T_2 = \frac{1}{2}(X_1^2 + X_2^2) - X_1X_2 \quad \text{e}$$
$$T_3 = \frac{1}{5}X_1^2 + \frac{4}{5}X_2^2 - X_1X_2$$

tre stimatori di  $\sigma^2$  basati su un campione di ampiezza  $n = 2$ . Si calcolino  $E(T_1)$ ,  $E(T_2)$ ,  $E(T_3)$ . Quali degli stimatori  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  sono corretti (non distorti)?

5. La misura di una grandezza ha fornito i seguenti risultati: 4, 52; 4, 51; 4, 56.
  - (a) All'interno di quale intervallo giacerà il valore vero per un livello di confidenza (a1) del 95%, (a2) del 99%?
  - (b) Trovare l'intervallo fiduciario per la deviazione standard ad un livello (b1) del 95%, (b2) del 99%.