

1. Dire se la retta congiungente i punti $(-1, 0, 4)$, $(-3, 5, 7)$ è ortogonale al piano di equazione $2x - 5y + 3z = 7$.
2. Descrivere e rappresentare le curve di livello per ognuna delle seguenti funzioni:
 - a) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 1)$,
 - b) $f(x, y) = 4xy$.
3. Trovare le derivate parziali di primo e secondo ordine delle seguenti funzioni:
 - a) $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$,
 - b) $Q(v, w) = w \cdot \ln v$,
 - c) $S(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$,
 - d) $\Phi(s, t) = se^{at}$.
4. Si consideri la superficie di equazione $z - 3 = +\sqrt{6 - (x - 1)^2 - (y - 2)^2}$.
 - a) Si dimostri che si tratta di una porzione di sfera, e se ne trovino centro e raggio.
 - b) Si trovi l’equazione del piano tangente alla sfera nel punto di coordinate $(2, 3, 5)$.
5. Il diametro di un cilindro circolare retto misura $6,0 \pm 0,006$ cm mentre la sua altezza misura $4,0 \pm 0,002$ cm. Qual è (a) il massimo errore possibile e (b) il massimo errore percentuale che si commette nel calcolo del volume? (Si usi il differenziale per approssimare l’errore del volume.)
6.
 - a) In quale direzione orientata si dovrebbe procedere per ottenere la massima velocità di crescita della funzione $z = f(x, y) = 3x - 4y + 26$?
 - b) Qual è la velocità istantanea di variazione di f riferita all’unità di lunghezza in questa direzione?
7. Trovare il minimo della funzione $z = 9x^2 - 6xy + 2y^2 - 6y + 11$.
8. Trovare un massimo relativo della funzione $z = e^{-(x^2+y^2)}$.
È tale massimo anche il massimo assoluto?
9. Data la funzione $z = f(x, y) = x^3 - y^3 - 3xy$,
 - a) determinare i punti stazionari di $f(x, y)$;
 - b) trovare i minimi e i massimi locali di $f(x, y)$ diversi da $(0, 0)$;
 - c) decidere se $f(x, y)$ ha un minimo o massimo locale nel punto $(0, 0)$.
10. La temperatura T in un punto (x, y) su una lastra di metallo è data da
$$T(x, y) = 200 e^{-x^2-3y^2}$$
dove T è misurata in °C, e x, y in metri.
 - a) Trovare la velocità di incremento della temperatura nel punto $P = (2, -1)$ nella direzione verso il punto $Q = (3, -3)$.
 - b) In quale direzione si ha il massimo incremento in P ?
 - c) Trovare la massima velocità di incremento in P .
 - d) Trovare massimi e minimi della funzione $T(x, y)$.