

1. Calcolare

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n$ b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n \left(-\frac{1}{3}\right)^k$ c) $\frac{5 \times 10^{13} \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-7} \times 10^5}$ d) $\log_2 0,125$

e) $(1+x)^5$ f) $\binom{17}{15}$ g) $\frac{1}{1-i}$ (i è l’unità immaginaria).

2. In un sistema di riferimento cartesiano nel piano il punto P abbia le coordinate $(2, 4)$. Sia Q il punto che si ottiene ruotando P in senso antiorario attorno l’origine O di un angolo di 60° . Calcolare

- (a) l’angolo che il vettore \overrightarrow{OP} forma con l’asse x ;
- (b) le coordinate del punto Q , usando la matrice di rotazione;
- (c) le coordinate del punto Q , interpretando P come il numero complesso $2+4i$ e moltiplicandolo per un numero complesso opportunamente scelto;
- (d) la distanza tra i punti P e Q ;
- (e) l’area del triangolo di vertici O, P, Q .

3. Il diossido di carbonio (biossido di carbonio, anidride carbonica) agisce come gas serra. Attualmente la concentrazione (riferita al volume) di diossido di carbonio nell’atmosfera terrestre è circa dello 0,038% (o 380 ppm). Il Lawrence Livermore National Laboratory (USA) prevede annualmente un incremento dello 0,45%. Supponiamo che tale crescita percentuale duri nel tempo.

- (a) Calcolare il tempo di raddoppiamento del contenuto di diossido di carbonio nell’atmosfera terrestre.
- (b) Quale sarebbe la concentrazione (in ppm) di diossido di carbonio nel 2300?

Con l’aumentare della concentrazione del diossido di carbonio nell’atmosfera, aumenta la quantità di ioni bicarbonato presente nelle acque marine con conseguente abbassamento del pH . (Si ricordi che il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come $pH = -\log_{10}[H^+]$, dove $[H^+]$ indica la concentrazione (in mol/l = M) di H^+ .)

- (c) Attualmente il pH delle acque marine è 8,2. Calcolare $[H^+]$.
- (d) 200 anni fa il pH delle acque marine era 8,3. Di quale percentuale è cresciuta $[H^+]$ fino ad oggi?