

1. Calcolare

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{4}\right)^n$, b) $\sum_{k=2}^{\infty} \left(-\frac{1}{4}\right)^k$, c) $\frac{4 \times 10^{11} \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-6} \times 10^{13}}$, d) $\binom{100}{98}$, e) $(a + b + 1)^3$.

2. Il diossido di carbonio (biossido di carbonio, anidride carbonica) agisce come gas serra. Attualmente la concentrazione (riferita al volume) di diossido di carbonio nell'atmosfera terrestre è circa dello 0,038% (o 380 ppm). Il Lawrence Livermore National Laboratory (USA) prevede annualmente un incremento dello 0,45%. Supponiamo che tale crescita percentuale duri nel tempo.

(a) In che anno la concentrazione di diossido di carbonio nell'atmosfera terrestre raggiunge 500 ppm ?

(b) Quale sarebbe la concentrazione (in ppm) di diossido di carbonio nel 2100?

3. Si ricordi che il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come $\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}^+]$, dove $[\text{H}^+]$ indica la concentrazione (in mol/l = M) di H^+ .

(a) Calcolare il pH di una soluzione $3,0 \cdot 10^{-3} \text{M}$ di HCl.

(b) Il pH di una soluzione è 9,67. Calcolare la concentrazione di H^+ .

(c) Qual è l'errore (relativo) percentuale che risulta su $[\text{H}^+]$, se il pH può essere misurato con una accuratezza di $\pm 0,01$?

(Suggerimento: Si usi $\ln 10 \approx 2,3$ e il differenziale.)

4. Trovare le derivate di

a) $v(t) = \frac{1}{t^3}$, b) $y = \cos(x^2 - 3)$, c) $y = \frac{x}{1 - x}$, d) $y = x \cdot \ln x$, e) $f(x) = \text{sen } |x|$.

Dire se l'ultima funzione è derivabile anche nel punto $x = 0$ e, in caso affermativo, calcolare $f'(0)$.

5. Data la matrice **A**:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

calcolare

1) La matrice \mathbf{A}^T

2) La matrice differenza $\mathbf{B} = \mathbf{A}^T - \mathbf{A}$

3) La matrice $\mathbf{B} = \frac{1}{2}\mathbf{A}$

4) La seguente combinazione di elementi di matrice:

$$w = \sum_{k=1}^3 a_{k,1} \cdot a_{2,k}$$

5) La matrice prodotto $\mathbf{B} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$

1. Calcolare

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{5}\right)^n$, b) $\sum_{k=2}^{\infty} \left(-\frac{1}{5}\right)^k$, c) $\frac{5 \times 10^9 \times 10^{-6}}{4 \times 10^{-12} \times 10^{15}}$, d) $\binom{50}{48}$, e) $(a + b + 2)^3$.

2. Il diossido di carbonio (biossido di carbonio, anidride carbonica) agisce come gas serra. Attualmente la concentrazione (riferita al volume) di diossido di carbonio nell'atmosfera terrestre è circa dello 0,038% (o 380 ppm). Il Lawrence Livermore National Laboratory (USA) prevede annualmente un incremento dello 0,45%. Supponiamo che tale crescita percentuale duri nel tempo.

(a) In che anno la concentrazione di diossido di carbonio nell'atmosfera terrestre raggiunge 400 ppm ?

(b) Quale sarebbe la concentrazione (in ppm) di diossido di carbonio nel 2050?

3. Si ricordi che il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come $\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}^+]$, dove $[\text{H}^+]$ indica la concentrazione (in mol/l = M) di H^+ .

(a) Calcolare il pH di una soluzione $1,5 \cdot 10^{-3} \text{M}$ di HCl.

(b) Il pH di una soluzione è 10,67. Calcolare la concentrazione di H^+ .

(c) Qual è l'errore (relativo) percentuale che risulta su $[\text{H}^+]$, se il pH può essere misurato con una accuratezza di $\pm 0,02$?

(Suggerimento: Si usi $\ln 10 \approx 2,3$ e il differenziale.)

4. Trovare le derivate di

a) $v(t) = \frac{1}{t^5}$, b) $y = \text{sen} \frac{1}{x}$, c) $y = \frac{x}{1 + 2x}$, d) $y = x \cdot e^{-x}$, e) $f(x) = \cos |x|$.

Dire se l'ultima funzione è derivabile anche nel punto $x = 0$ e, in caso affermativo, calcolare $f'(0)$.

5. Data la matrice **A**:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

calcolare

1) La matrice \mathbf{A}^T

2) La matrice differenza $\mathbf{B} = \mathbf{A}^T - \mathbf{A}$

3) La matrice $\mathbf{B} = \frac{1}{2}\mathbf{A}$

4) La seguente combinazione di elementi di matrice:

$$w = \sum_{k=1}^3 a_{k,1} \cdot a_{2,k}$$

5) La matrice prodotto $\mathbf{B} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$