

1. Calcolare

(a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n}$, (b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \left(-\frac{1}{3}\right)^k$, (c) $(1+x)^7$.

2. Calcolare tutte le soluzioni (reali e complesse) delle equazioni:

(a) $z^2 - 2z - 3 = 0$, (b) $z^2 - 8z + 25 = 0$, (c) $z^3 = i$ (i è l'unità immaginaria).

3. Il cesio isotopo ^{134}Cs è radioattivo e ha un tempo di dimezzamento (emivita, semiperiodo) di circa 2 anni.

(a) Siano presenti inizialmente N_0 atomi di ^{134}Cs . Determinare la costante di decadimento λ (in a^{-1}) in modo tale che il numero N degli atomi presenti dopo t anni sia approssimativamente $N = N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

(b) Di quale percentuale si riduce una data quantità di ^{134}Cs annualmente?

(c) Calcolare il tempo necessario affinché una data quantità di ^{134}Cs si riduca a meno dell'1 % della quantità iniziale.

4. Il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come $\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}_3\text{O}^+]$, dove $[\text{H}_3\text{O}^+]$ indica la concentrazione (in $\text{mol/l} = M$) di H_3O^+ .

(a) 200 anni fa il pH delle acque marine era 8,3. Calcolare $[\text{H}_3\text{O}^+]$.

(b) Fino ad oggi $[\text{H}_3\text{O}^+]$ delle acque marine è cresciuta del 26%. Calcolare l'attuale pH .

5. Trovare le derivate di

(a) $v(t) = \sqrt[3]{t} + \ln(\sin t)$, (b) $y = e^{\sqrt{x}}$, (c) $y = \frac{1 - \cos x}{x}$, (d) $y = 2^x \cdot x^2$.

6. Data la matrice \mathbf{A} :

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

calcolare

1) La matrice \mathbf{A}^T

2) La matrice differenza $\mathbf{B} = \mathbf{A}^T - \mathbf{A}$

3) La matrice $\mathbf{B} = \frac{1}{2}\mathbf{A}$

4) La seguente combinazione di elementi di matrice:

$$w = \sum_{k=1}^3 a_{k,1} \cdot a_{2,k}$$

5) La matrice prodotto $\mathbf{B} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$