

Per la soluzione degli esercizi 1–4 si veda

http://www.dm.unibo.it/~achilles/rimini/sol_rim03-10-29.pdf

1. Dati i vettori $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (-3, 2)$, calcolare $\vec{a} - \vec{b}$, $\|\vec{a}\|$, $\|\vec{b}\|$, il prodotto scalare $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$.
2. Trovare la somma di $\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, geometricamente usando un poligono vettoriale. Verificare il risultato con una somma matriciale.
3. Trovare l'angolo tra i vettori $\vec{p} = (3, 0, -4)$, $\vec{q} = (-2, 2, 1)$.
4. Dire se la retta congiungente i punti $(-1, 0, 4)$, $(-3, 5, 7)$ è ortogonale al piano di equazione $2x - 5y + 3z = 7$.
5. Descrivere e rappresentare le curve di livello per ognuna delle seguenti funzioni:
 - a) $f(x, y) = 4xy$,
 - b) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 1)$.
6. Si consideri la superficie di equazione $z - 3 = +\sqrt{6 - (x - 1)^2 - (y - 2)^2}$.
 - a) Si dimostri che si tratta di una porzione di sfera, e se ne trovino centro e raggio.
 - b) Si trovi l'equazione del piano tangente alla sfera nel punto di coordinate $(2, 3, 5)$.
7. Trovare le derivate parziali di primo e secondo ordine delle seguenti funzioni:
 - a) $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$,
 - b) $Q(v, w) = w \cdot \ln v$,
 - c) $S(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$,
 - d) $\Phi(s, t) = se^{at}$.
8. Il diametro di un cilindro circolare retto misura $6,0 \pm 0,006$ cm mentre la sua altezza misura $4,0 \pm 0,002$ cm. Qual è (a) il massimo errore possibile e (b) il massimo errore percentuale che si commette nel calcolo del volume? (Si usi il differenziale totale per approssimare l'errore sul volume.)
9. Data la funzione $z = f(x, y) = (3x - y + 1)^2$, $(x, y) \in \mathbf{R}^2$,
 - (a) calcolare le derivate parziali del primo ordine della funzione f ;
 - (b) disegnare le curve di livello per le quote 0 e 4;
 - (c) disegnare il grafico di f .
10. Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} xy\left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}\right), & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Calcolare le derivate parziali $f_x(0, 0)$, $f_y(0, 0)$, $f_{xy}(0, 0)$, $f_{yx}(0, 0)$.