

Per la soluzione degli esercizi 3, 4, 6, 8, 9, 11 si veda

[http://www.dm.unibo.it/~achilles/rimini/sol\\_rim03-10-29.pdf](http://www.dm.unibo.it/~achilles/rimini/sol_rim03-10-29.pdf)

(gli esercizi corrispondono a 2, 3, 4, 5, 6, 9 rispettivamente).

- (Si veda l'esercizio 1 del 14. 10. 2009.) Calcolare le derivate sia delle funzione che delle funzioni inverse.
  - $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{2}{1 + e^{-3x}}$ , (b)  $f: \mathbf{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbf{R} \setminus \{2\}$ ,  $f(x) = \frac{2x + 3}{x - 2}$ ,
  - $f: \{x \in \mathbf{R} \mid x > -1\} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \ln(1 + x)$ .
- È noto che la distanza  $s$  percorsa da un corpo in caduta libera (senza attrito d'aria e con velocità iniziale 0) è  $s(t) = \frac{g}{2}t^2$ , dove  $t$  è il tempo e  $g \approx 9,81 \text{ ms}^{-2}$  è l'accelerazione di gravità. Supponiamo che un corpo venga lasciato cadere da una quota di 30 m. Calcolate:
  - il tempo di caduta, (b) la velocità finale, (c) la velocità media.
  - In quale istante la velocità del corpo è uguale alla velocità media?
- Si considerino i vettori  $\vec{u} = (2, 1)$  e  $\vec{v} = (1, 3)$ . Calcolare e disegnare i vettori  $2\vec{u} + \vec{v}$  e  $-2\vec{u} - 3\vec{v}$ .
- Dati i vettori  $\vec{a} = (2, 1)$ ,  $\vec{b} = (-3, 2)$ , calcolare  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\|\vec{a}\|$ ,  $\|\vec{b}\|$ ,  $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$ .
- Calcolare la distanza del punto  $(1, 1, 1)$  dal punto  $(0, 0, 0)$  e dal punto  $(2, -5, 3)$ .
- Trovare la somma di  $\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ , geometricamente usando un poligono vettoriale. Verificare il risultato con una somma algebrica.
- Dati  $\mathbf{u} = (-1, 4, 5)$ ,  $\mathbf{v} = (7, -2, 1)$ , calcolare  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}^T$  e  $\mathbf{u}^T \cdot \mathbf{v}$ .
- Trovare l'angolo tra i vettori  $\vec{p} = (3, 0, -4)$ ,  $\vec{q} = (-2, 2, 1)$ .
- Dire se la retta congiungente i punti  $(-1, 0, 4)$ ,  $(-3, 5, 7)$  è ortogonale al vettore  $(2, -5, 3)$ .
- Dati i punti  $A(4, -1, 1)$  e  $B(3, 0, 1)$ , calcolare
  - il prodotto scalare dei vettori  $\vec{OA}$  e  $\vec{OB}$  ( $O$  è l'origine);
  - il punto medio  $M$  del segmento di estremi  $A, B$ .
- Dato il vettore  $\vec{a} = (1, 3)$ , determinare la sua proiezione secondo la direzione del vettore  $\vec{b} = (1, 1)$ .
- Data la funzione  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x - 1}$ ,  $x \in \mathbf{R} \setminus \{1\}$ ,
  - determinare gli intervalli in cui è crescente o decrescente;
  - determinare l'equazione della retta tangente al grafico di  $y = f(x)$  nel punto di intersezione del grafico con l'asse  $y$ .