

1. Calcolate (si veda il foglio del 02/12/2009, esercizio 2):

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int_2^3 x^5 dx, & \text{(b)} \int_{-2}^{-1} x^{-5} dx, & \text{(c)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx \\ \text{(d)} \int_0^9 4\sqrt{x} dx, & \text{(e)} \int_0^2 \frac{6x^2 + 4x + 2}{\sqrt{x}} dx, & \text{(f)} \int_1^e -\frac{1}{x} dx. \end{array}$$

2. Calcolate:

$$\text{(a)} \int_0^1 2^x dx, \quad \text{(b)} \int_1^2 e^{-x+1} dx, \quad \text{(c)} \int_0^4 (|x-1| + |x-3|) dx, \quad \text{(d)} \int_{-5}^5 \sin^3 x dx.$$

Suggerimento per (c): Disegnate i grafici delle due funzioni $f(x) = |x-1|$ e $g(x) = |x-3|$ per $0 \leq x \leq 4$ e determinate le aree dei sottografici (non occorre trovare le primitive).

3. Calcolate i seguenti integrali ed esprimete i risultati in forma decimale, con 2 cifre significative dopo la virgola: a) $\int_0^{10} \frac{1-x}{x} dx$, b) $\int_{-1}^1 \frac{1}{\cos^2 x} dx$.

4. Calcolate l'area della regione limitata di piano compresa tra il grafico di $y = \sin x$ e l'asse x , al variare di x nell'intervallo $[0, \pi]$.

5. Calcolate l'area della regione finita di piano definita dai grafici delle funzioni $y = \ln x$, $y = 1 + \ln x$ e dalle due rette (verticali) $x = 2$, $x = 5$.

6. Si trovi l'area limitata dalla parabola $y = 2 - x^2$ e dalla retta $y = -x$.

7. Calcolate il volume del solido generato dalla rotazione della curva $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$, intorno l'asse delle x .

8. Calcolate la lunghezza dell'arco di catenaria $y = \cosh x := \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ da $x = 0$ ad $x = \ln 2$.

9. La *tromba di Torricelli* (detta anche *di Gabriele*) è un solido infinitamente lungo, ottenuto ruotando il grafico della funzione $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \in [1, +\infty[$, intorno all'asse x .

(a) Calcolate il volume $V = \pi \int_1^{+\infty} [f(x)]^2 dx$ della tromba di Torricelli.

(b) Calcolate l'area della superficie (esterna) $A = 2\pi \int_1^{+\infty} f(x) \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$ della tromba di Torricelli.

Suggerimento: Calcolate l'integrale $2\pi \int_1^{+\infty} f(x) dx$ e confrontatelo con A .

(c) Se due interi consecutivi sull'asse x hanno una distanza di 1 dm, quanti litri di vernice ci vogliono per riempire la tromba di Torricelli e quanti litri per pitturare la sua superficie? Stessa domanda se due interi consecutivi sull'asse x hanno una distanza di 2 dm.