

1. Calcolate senza usare la calcolatrice

(a)  $\frac{1}{3} - \frac{3}{5}$ , (b)  $8^{\frac{1}{3}}$ , (c)  $\frac{10^2}{10^6}$ , (d)  $\frac{2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-2} \cdot 10^5}$ , (e)  $(1-x)^5$ .

2. Quale dei termini *intero*, *razionale* ed *irrazionale* si applica al numero dato?

(a)  $-\frac{3}{4}$ , (b)  $0,\bar{6} = 0,666\dots$ , (c)  $\pi$ , (d)  $-\sqrt{16}$ , (e)  $2^{\frac{1}{2}}$ , (f)  $1,\bar{2} \cdot 0,\bar{8}\bar{1}$ .

3. Calcolate le seguenti somme (parziali di serie geometriche):

(a)  $1 + 1/3 + 1/9 + 1/27 + 1/81 + 1/243$ ,  
(b)  $2 + 2/11 + 2/11^2 + \dots + 2/11^5$ ,  
(c)  $1 - 1/2 + 1/4 - 1/8 + 1/16 - 1/32 + 1/64$ .

Quali sono le somme delle corrispondenti serie geometriche?

4. In una foresta giovane la quantità di alberi da legna cresce in maniera quasi esponenziale. Si può supporre che il tasso annuale sia del 3,5%.

- (a) Che aumento si può prevedere in dieci anni?  
(b) Quanti anni ci vorranno perché la quantità di legname sia raddoppiata?

5. Un capitale è investito da lungo tempo ad un tasso fisso di interesse annuo del 6%. Se attualmente il capitale, aumentato degli interessi via via maturati, è di 52000 Euro, quale era l'ammontare del capitale 10 anni fa?

6. Si consideri un investimento che rende il 12,5% il primo anno e il 50% il secondo anno. Qual è il rendimento medio nei due anni? Si confronti il risultato con la media aritmetica dei rendimenti.

7. Un brodo di coltura è infetto da  $N_0$  batteri. Le cellule dei batteri si dividono ogni due ore. Quanti batteri ci saranno nel brodo dopo 24 h? In quale istante il numero dei batteri aveva raggiunto il 25% del totale precedente?

8. Il carbonio  $^{14}\text{C}$  ha un tempo di dimezzamento di  $5730 \pm 40$  anni. Determinate l'età di un reperto organico per il quale la concentrazione di  $^{14}\text{C}$  è risultata pari al 12,5% di quella degli analoghi organismi viventi.

Da numerose ricerche sperimentali e da considerazioni teoriche si sa: Per gli organismi vissuti nel passato la concentrazione di  $^{14}\text{C}$  era, all'epoca della loro vita, quella stessa che si può riscontrare negli analoghi organismi viventi al giorno di oggi. Poiché dopo la morte dell'organismo non si verifica più alcun apporto di nuovo  $^{14}\text{C}$  ne segue che, mentre la quantità complessiva di carbonio presente nella sostanza in esame rimane sostanzialmente inalterata nel tempo, la quantità di  $^{14}\text{C}$  diminuisce progressivamente, a causa del decadimento radioattivo.

9. Trovare le funzioni inverse (se esistono) delle seguenti funzioni:

(a)  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{2}{1 + e^{-3x}}$ , (b)  $f: \mathbf{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbf{R} \setminus \{3\}$ ,  $f(x) = \frac{3x + 5}{x - 2}$ ,  
(c)  $f: \{x \in \mathbf{R} \mid x > -1\} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \ln(1 + x)$ .