

1. Trovare i limiti (se esistono) delle seguenti successioni  $(a_n)$  per  $n$  tendente all'infinito:

(a)  $a_n = (-1)^n$ , (b)  $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$   
(c)  $a_n = a + bn$  ( $b \neq 0$ ), (d)  $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n}$ .

2. Trovare i limiti  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3}{x-2}$  e  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{x-2}$ .

3. Discutere il comportamento limite di  $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}$  per  $x \rightarrow 2^-$ ,  $x \rightarrow 2^+$ ,  $x \rightarrow -2^-$ , ed  $x \rightarrow -2^+$ .

4. Si calcolino (se esistono) i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{4}{1 + e^{-3t}}$ , (b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \cos x$ , (c)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x$ ,  
(d)  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{6}{2 + \ln t}$ , (e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \cdot \sin x$ , (f)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

5. Si calcolino (se esistono) i seguenti limiti:

(a)  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \log \left( \frac{t+2}{t-3} \right)$ , (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$ .

6. Siano  $a, b, c \in \mathbf{R}$  costanti positive. Trovate i limite delle seguenti funzioni per  $t \rightarrow +\infty$ :

(a)  $f(t) = \frac{a}{1 + be^{-ct}}$  (funzione logistica di crescita).

(b)  $f(t) = a \left( 1 + \frac{b-a}{a - be^{c(b-a)t}} \right)$  (funzione della cinetica chimica).

7. Dimostrare che le funzioni  $\begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$  e  $\begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

sono continue in  $x = 0$ . Esse sono anche derivabili in  $x = 0$ ?

8. È noto che la distanza  $s$  percorsa da un corpo in caduta libera (senza attrito d'aria e con velocità iniziale 0) è  $s(t) = \frac{g}{2}t^2$ , dove  $t$  è il tempo e  $g \approx 9,81 \text{ ms}^{-2}$  è l'accelerazione di gravità. Supponiamo che un corpo venga lasciato cadere da una quota di 30 m. Calcolate:

- (a) il tempo di caduta, (b) la velocità finale, (c) la velocità media.  
(d) In quale istante la velocità del corpo è uguale alla velocità media?