

1. Eseguire le seguenti operazioni tra numeri complessi:
 - (a) $(2 + 3i) - (5 - 4i)$, (b) $(3 - 2i)(4 + 5i)$, (c) $\frac{3 - 2i}{4 + 3i}$, (d) $\frac{1 + i}{1 - i}$.
2. Determinare il modulo dei numeri complessi seguenti:
 - (a) $5 + 12i$, (b) $15 + 8i$, (c) $\frac{5 + 12i}{15 + 8i}$, (d) $\frac{1 + i}{1 - i}$.
3. Scrivere i seguenti numeri complessi nella forma $\rho e^{i\theta}$:
 - (a) $3 + 4i$, (b) $3 - 4i$, (c) $-1 - i$, (d) $5 - 5i$.
4. Scrivere i seguenti numeri nella forma $a + bi$: (a) $e^{2\pi i/3}$, (b) $5e^{\pi i}$, (c) $\frac{1}{3}e^{-\pi i/2}$.
5. Un punto abbia le coordinate $(-1, 4)$ in un sistema di riferimento cartesiano del piano. Calcolare tramite la moltiplicazione di numeri complessi le coordinate del punto ruotato intorno all'origine in senso orario di angolo 45° .
6. Quali dei seguenti numeri complessi si possono ottenere da $z = x + iy$ geometricamente? Si faccia un disegno.
 - (a) $\bar{z} := x - iy$ (complesso coniugato), (b) $\overline{-z}$, (c) $-z$, (d) $\frac{1}{z}$.
7. Si rappresentino graficamente i punti $z = x + iy$ che soddisfano le condizioni:
 - (a) $|z| = 2$, (b) $|z| < 2$, (c) $|z| > 2$, (d) $|z - 1| = 2$, (e) $|z + 1| = 1$,
 (f) $|z + 1| = |z - 1|$, (g) $|z + i| = |z - 1|$.
8. Si trovino: (a) le tre radici cubiche di $-8i$, (b) le sei radici seste di 64 .
9. Risolvere (in campo complesso) le seguenti equazioni di secondo grado:
 - (a) $z^2 - z - 6 = 0$; (b) $z^2 + 6z + 13 = 0$.
10. Dato il numero complesso $w = 1 + i\sqrt{3}$,
 - (a) calcolare $|w|$ e $\arg(w)$;
 - (b) descrivere geometricamente l'applicazione $\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$, $z \mapsto zw$ e scriverla in forma matriciale, cioè posto $z = x + iy$ e $zw = \bar{x} + i\bar{y}$, trovare una matrice A tale che $(\bar{x}, \bar{y})^T = A(x, y)^T$;
 - (c) per l'applicazione definita in (b), dire qual è l'applicazione inversa e qual è la matrice associata ad essa.
11. Sia ω una costante reale e $z(t) = x(t) + iy(t) = e^{i\omega t}$, $t \in \mathbf{R}$. Si dimostri che il punto $(x(t), y(t))$ descrive una circonferenza unitaria con velocità (o frequenza) angolare ω .
12. Data la matrice hermitiana $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 - i & 1 + i \\ 1 + i & 0 & 3i \\ 1 - i & -3i & 0 \end{pmatrix}$, calcolarne gli autovalori.