

1. La temperatura T in un punto (x, y) su una lastra di metallo è data da

$$T(x, y) = 200 e^{-x^2-3y^2}$$

dove T è misurata in °C, e x, y in metri.

- (a) Trovare la velocità di incremento della temperatura nel punto $P(2, -1)$ nella direzione verso il punto $Q(3, -3)$.
 - (b) In quale direzione si ha il massimo incremento in P ?
 - (c) Trovare la massima velocità di incremento in P .
 - (d) Trovare massimi e minimi della funzione $T(x, y)$.
2. Data la funzione

$$z = f(x, y) = x^2 + y^3 - xy, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$$

determinare:

- (a) il gradiente di f nel punto $(1, 1)$;
 - (b) la derivata direzionale di f nel punto $(1, 1)$ in direzione dell'asse delle x negative;
 - (c) l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 1, 1)$;
 - (d) i punti stazionari di f e classificarli.
3. Trovare il minimo della funzione

$$z = 9x^2 - 6xy + 2y^2 - 6y + 11.$$

4. Trovare un massimo relativo della funzione $z = e^{-(x^2+y^2)}$.
È tale massimo anche il massimo assoluto?

5. Determinare e classificare i quattro punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 9y, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2.$$