

1. Data la funzione $f(x) = \ln(1 + x^2)$, $x \in \mathbf{R}$,
 - a) trovare i minimi e i massimi relativi e assoluti;
 - b) trovare i punti di flesso;
 - c) calcolare il polinomio di Taylor $p_2(x)$ di grado 2 e di punto iniziale 0;
 - d) disegnare i grafici di $f(x)$ e di $p_2(x)$ (nello stesso sistema di riferimento);
 - e) calcolare il volume del solido generato dalla rotazione dell’arco della curva $y = f(x)$, $0 \leq x \leq \sqrt{e - 1}$, intorno all’asse y .
2. Calcolare gli integrali:
 - a) $\int_0^2 (\frac{1}{2}x + 1)^3 dx$,
 - b) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$,
 - c) $\int x \operatorname{sen} x dx$.
3. In fisica la legge di Boyle stabilisce che sotto opportune condizioni la pressione p esercitata da un gas è legata al suo volume V dalla relazione $pV = c$ dove c è una costante che dipende dalle unità di misura e da vari fatti fisici. Calcolare la pressione media che un tale gas esercita quando esso aumenta di volume da V_0 a V_1 .
4. Data la funzione $f(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2)$, $(x, y) \in \mathbf{R}^2$,
 - a) disegnare alcune curve di livello;
 - b) calcolare la derivata direzionale nel punto $(1, 0)$ in direzione dell’asse delle x negative.Facoltativo:
 - c) Disegnare il grafico di $f(x, y)$.
5. Scrivere il reciproco del numero complesso $z = e^{\pi i/3}$ nella forma $a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}$.