

1. In un sistema di riferimento cartesiano due vettori \vec{a} e \vec{b} abbiano le componenti $\vec{a} = (2, 1)$ e $\vec{b} = (-1, 2)$. Calcolare le loro componenti dopo una rotazione di 30° (in senso antiorario) del sistema di riferimento intorno all’origine. (Disegnare.)
2. Si considerino i vettori $\vec{u} = (2, 1)$ e $\vec{v} = (1, 3)$. Calcolare le componenti dei vettori $2\vec{u} + \vec{v}$ e $-2\vec{u} - 3\vec{v}$. (Disegnare.)
3. Dati i vettori $\vec{a} = (2, 1)$, $\vec{b} = (-3, 2)$, calcolare $\vec{a} - \vec{b}$, $\|\vec{a}\|$, $\|\vec{b}\|$, $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$.
4. Trovare la somma di $\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, geometricamente usando un poligono vettoriale. Verificare il risultato con una somma algebrica.
5. Trovare l’angolo tra i vettori $\vec{p} = (3, 0, -4)$, $\vec{q} = (-2, 2, 1)$.
6. Dire se la retta congiungente i punti $(-1, 0, 4)$, $(-3, 5, 7)$ è ortogonale al vettore $(2, -5, 3)$.
7. Dati i tre punti $A(4, -1, 0)$, $B(8, 0, 1)$ e $C(0, -2, 4)$, calcolare
 - a) la differenza dei vettori \vec{AC} e \vec{AB} ;
 - b) Si trovi il punto $D(d, d, 0)$ della retta $y = x$ nel piano xy tale che il vettore \vec{AD} sia perpendicolare alla retta OD .
8. Dati i vettori $\vec{a} = (-1, 1)$, $\vec{b} = (4, 0)$,
 - a) si calcoli il loro prodotto scalare;
 - b) si scriva il vettore \vec{b} come somma di un vettore \vec{b}_1 parallelo ad \vec{a} e di un vettore \vec{b}_2 perpendicolare ad \vec{a} .
9. Dato il vettore $\vec{a} = (1, 3)$, determinare la sua proiezione secondo la direzione del vettore $\vec{b} = (1, 1)$.
10. Dati i tre punti $O(0, 0, 0)$, $A(-1, 1, 0)$ e $B(1, 0, 2)$, calcolare
 - a) il punto C tale che $\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB}$;
 - b) la lunghezza della diagonale AB del parallelogrammo di vertici O, A, C, B .
11. Dati i tre punti $O(0, 0, 0)$, $A(-2, 2, 0)$ e $B(2, 0, 4)$, calcolare
 - a) il prodotto scalare dei vettori \vec{OA} e \vec{AB} ;
 - b) le coordinate del punto P della retta passante per O e A tale che i vettori \vec{OA} e \vec{BP} siano ortogonali.
12. Si considerino i vettori $\vec{u} = (2, 1)$ e $\vec{v} = (1, 3)$. Siano inoltre assegnati i vettori $\vec{r}_1 = (2, -4)$ ed $\vec{r}_2 = (6, 3)$. Trovare dei numeri reali a_1, b_1, a_2, b_2 tali che $\vec{r}_1 = a_1\vec{u} + b_1\vec{v}$ ed $\vec{r}_2 = a_2\vec{u} + b_2\vec{v}$.