Esercizi di Matematica – C.d.L. in Tecnologie Chimiche per l'Ambiente e per la Gestione dei Rifiuti 15. 11. 2006

1. Data la funzione $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2-1}, \quad x \in \mathbf{R} \setminus \{-1, 1\}$,

   a) determinare gli intervalli in cui è crescente o decrescente;
   b) trovare i minimi e i massimi relativi e assoluti;
   c) determinare gli intervalli in cui è convessa o concava ed i punti di flesso;
   d) determinare gli asintoti;
   e) disegnare il grafico.

2. Data la funzione $f(x) = \sqrt{x}\, \ln \dfrac{1}{x}, \quad x > 0$,

   a), b), c) d), e) come sopra.

3. Calcolare gli integrali indefiniti

   a) $\int x^{-6}\, dx$, b) $\int t^{-1/3}\, dt$, c) $\int (u + 2u^2 + 3u^3)\, du$,
   d) $\int \cos(3\theta + 2)\, d\theta$, e) $\int (2x+1)e^{x^2+x}\, dx$, f) $\int (3t+2)^5\, dt$.

4. In una foresta giovane la quantità di alberi da legna cresce in maniera quasi esponenziale. Si può supporre che il tasso annuale sia del $3,5$ %.

   a) Che aumento si può prevedere in dieci anni?
   b) Quanti anni ci vorranno perché la quantità di legname sia raddoppiata?

5. Il pH di una soluzione è stato definito da Sørensen come $p\mathrm{H} = -\log_{10}[\mathrm{H}^+]$, dove $[\mathrm{H}^+]$ indica la concentrazione (in mol/l) di H^+.

   a) Una soluzione abbia un pH di 11. Per quale pH la concentrazione di H^+ risulterebbe cento volte maggiore?
   b) Sia $[\mathrm{H}^+] = 3.3 \times 10^{-5}$ mol/l. Utilizzando che $\log_{10} 33 = 1.5$, trovare il pH.
   c) Se il pH è stato determinato con una accuratezza di un decimo di pH, con quale errore percentuale si conosce $[\mathrm{H}^+]$? (Si usi il differenziale della funzione $y = f(x) = -\log_{10} x$ e il valore $\log_{10} e \approx 0,4$.)

6. Trovare le derivate di

   a) $v(t) = t^{-3} + \dfrac{1}{t-5}$, b) $y = \cos(x^3 - 1)$, c) $y = xe^{-x}$, d) $y = x \cdot \ln(x-1)$,

   e) $f(x) = |x| \cdot e^x$. Dire se l'ultima funzione è derivabile anche nel punto $x = 0$ e, in caso affermativo, calcolare $f'(0)$.

7. Mediante il differenziale calcolare approssimativamente la quantità $\sqrt{9999}$.

8. Sviluppare la potenza $(1-a)^6$.

9. Calcolare:

   a) $\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=2}^{n} (-\frac{1}{2})^k$, b) $\lim_{n\to+\infty} (-\frac{1}{4})$, c) $\sqrt[3]{8 \cdot 10^{36} \cdot 10^{-12}}$, d) $\log_{0,2} 25$.