

1. Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

a) $2\frac{d^2x}{dt^2} + 3x = 0$, b) $4\frac{d^2x}{dt^2} + 4\frac{dx}{dt} + 5x = 0$.

2. Trovare la somma di $\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} -8 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, geometricamente usando un poligono vettoriale. Verificare il risultato con una somma algebrica.

3. Si considerino i vettori $\vec{u} = (2, 1)$ e $\vec{v} = (1, 3)$. Calcolare e disegnare i vettori $2\vec{u} + \vec{v}$ e $-2\vec{u} - 3\vec{v}$.

4. Dati i tre punti $A(4, -1, 1)$, $B(3, 0, 1)$ e $C(5, -1, 3)$, calcolare

- a) i vettori $\vec{a} := \overrightarrow{AB}$ e $\vec{b} := \overrightarrow{AC}$;
b) il prodotto scalare di \vec{a} e \vec{b} .

5. Determinare la distanza del punto $(1, 1, 1)$ dal punto $(0, 0, 0)$ e dal punto $(2, -5, 3)$.

6. Dire se la retta congiungente i punti $(-1, 0, 4)$, $(-3, 5, 7)$ è ortogonale al piano di equazione $2x - 5y + 3z = 7$.

7. Descrivere e rappresentare le curve di livello per ognuna delle seguenti funzioni:

a) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 1)$, b) $f(x, y) = 4xy$,
c) $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x+1}$, d) $f(x, y) = (x+y)^2$.

8. Sia

$$f(x, y) = \begin{cases} xy\left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}\right), & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Calcolare $f_x(0, 0)$, $f_y(0, 0)$, $f_{xy}(0, 0)$, $f_{yx}(0, 0)$.

9. Si consideri la superficie di equazione $z - 3 = +\sqrt{6 - (x - 1)^2 - (y - 2)^2}$.

- a) Si dimostri che si tratta di una porzione di sfera, e se ne trovino centro e raggio.
b) Si trovi l'equazione del piano tangente alla sfera nel punto di coordinate $(2, 3, 5)$.

10. Trovare le derivate parziali di primo e secondo ordine delle seguenti funzioni:

a) $f(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$, b) $Q(v, w) = w \cdot \ln v$,
c) $S(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, d) $\Phi(s, t) = se^{at}$.

11. Il diametro di un cilindro circolare retto misura $6,0 \pm 0,005$ cm mentre la sua altezza misura $4,0 \pm 0,002$ cm. Qual è (a) il massimo errore possibile e (b) il massimo errore percentuale che si commette nel calcolo del volume? (Si usa il differenziale totale per approssimare l'errore del volume.)