

1. Calcolate i seguenti integrali:

a)  $\int \frac{1}{x^2 - 2x} dx$ ,      b)  $\int \frac{1}{\cos x} dx$  (si usi la sostituzione  $t = \tan \frac{x}{2}$ ),

c)  $\int \frac{x+1}{(x-1)^2} dx$ ,      d)  $\int \frac{2x-1}{x^2+2x+2} dx$ .

2. Calcolate (si veda il foglio del 23 novembre, esercizio 4):

a)  $\int_2^3 x^5 dx$ ,      b)  $\int_{-2}^{-1} x^{-5} dx$ ,      c)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx$

d)  $\int_0^9 4\sqrt{x} dx$ ,      e)  $\int_0^2 \frac{6x^2 + 4x + 2}{\sqrt{x}} dx$ ,      f)  $\int_1^e -\frac{1}{x} dx$ .

3. Calcolate:

a)  $\int_0^1 2^x dx$ ,      b)  $\int_1^2 e^{-x+1} dx$ ,      c)  $\int_0^4 (|x-1| + |x-3|) dx$ ,      d)  $\int_{-5}^5 \sin^3 x dx$ .

4. Calcolate i seguenti integrali ed esprimete i risultati in forma decimale, con 2 cifre significative dopo la virgola: a)  $\int_0^{10} \frac{1-x}{x} dx$ ,      b)  $\int_{-1}^1 \frac{1}{\cos^2 x} dx$ .

5. Determinate il valore  $k$  in modo che risulti:

a)  $\int_{-1}^2 (x+k) dx = \int_2^3 (x-k) dx$ ;      b)  $\int_0^\pi k \sin x dx = 1$ .

6. Calcolate l'area della regione limitata di piano compresa tra il grafico di  $y = \sin x$  e l'asse  $x$ , al variare di  $x$  nell'intervallo  $[0, \pi]$ .

7. Calcolate l'area della regione finita di piano definita dai grafici delle funzioni  $y = \ln x$ ,  $y = 1 + \ln x$  e dalle due rette (verticali)  $x = 2$ ,  $x = 5$ .

8. Calcolate  $\int_0^5 (x - [x]) dx$ .

9. Si trovi l'area limitata dalla parabola  $y = 2 - x^2$  e dalla retta  $y = -x$ .

10. Si trovi l'area totale limitata dalla curva  $y = x^3 - 4x$  e dall'asse  $x$ .

11. Ricavare la formula per l'area di un cerchio di raggio  $R$ .

12. Ricavare la formula per il volume di una sfera di raggio  $R$ .

13. Ricavare la formula per il volume di un cono retto la cui altezza sia  $h$  e il suo raggio sia  $r$ .

14. Calcolare il volume del solido generato dalla rotazione della curva  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , intorno l'asse delle  $x$ .

15. Calcolare la lunghezza dell'arco di catenaria  $y = \cosh x := \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$  da  $x = 0$  ad  $x = \ln 2$ .

16. Trovare l'area della regione racchiusa tra le curve  $y = x^2$  ed  $y = x + 6$ .