Esercizi di Matematica – C.d.L. in Tecnologie Chimiche per l'Ambiente e per la Gestione dei Rifiuti

7. 12. 2007

1. Calcolate
$$\int_{-1}^{1} e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$$
fino alla seconda cifra decimale integrando il polinomio di Taylor di punto iniziale 0 e di un grado sufficientemente alto della funzione $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$.
Nota bene: Il modo più semplice per ottenere lo sviluppo di Taylor in questione è di sostituire x con $-\frac{1}{2}x^2$ nello sviluppo di Taylor di e^x.

2. Risolvere, mediante separazione delle variabili, l'equazione differenziale
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$
con la condizione iniziale $y(0) = -1$.

3. Risolvere, mediante separazione delle variabili, l'equazione differenziale
$$\frac{dy}{dx} = y(y-3)$$
con la condizione iniziale
(a) $y(0) = \frac{3}{2}$, (b) $y(0) = 3$, (c) $y(0) = 6$.

4. In una reazione chimica A + B $\longrightarrow$ C del secondo ordine le concentrazioni (molari) iniziali di A e B siano 2 e 1 rispettivamente. Allora la concentrazione $x = x(t)$ di C al tempo t soddisfa l'equazione differenziale
$$\frac{dx}{dt} = k(2-x)(1-x)\,,$$
dove k (in $\mathrm{s}^{-1}\mathrm{M}^{-1}$) è una costante positiva.
   (a) Si calcoli la soluzione $x(t)$ dell'equazione differenziale con la condizione iniziale $x(0) = 0$.
   (b) Si trovi il limite di $x(t)$ per $t \to \infty$.

5. Nella reazione bimolecolare $2\,\mathrm{NO_2} \longrightarrow \mathrm{N_2O_4}$ la concentrazione $C = C(t) = [\mathrm{NO_2}]$ soddisfa l'equazione differenziale
$$\frac{dC}{dt} = -kC^2$$
dove k è una costante positiva. Sia $C(0) = C_0$.
   (a) Trovare la soluzione dell'equazione differenziale.
   (b) Trovare il limite di $C(t)$ per $t \to \infty$.