

1. Scrivere l'equazione cartesiana del piano passante per i punti  $(2, -1, 1)$ ,  $(1, 1, -1)$ ,  $(-1, 0, -1)$  e dire se la retta passante per i punti  $(3, -1, 2)$  e  $(5, 0, 2)$  è ortogonale a tale piano.
2. Trovare le funzioni inverse (se esistono) delle seguenti funzioni:
  - a)  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{2}{1 + e^{-3x}}$ ,
  - b)  $f: \mathbf{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbf{R} \setminus \{2\}$ ,  $f(x) = \frac{2x + 3}{x - 2}$ ,
  - c)  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = e^x - e^{-x}$ ,
  - d)  $f: \{x \in \mathbf{R} \mid x > -1\} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \ln(1 + x)$ .
3. Trovare i limiti (se esistono) delle seguenti successioni  $\{a_n\}$  per  $n$  tendente all'infinito:
  - a)  $a_n = (-1)^n$ ,
  - b)  $a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$
  - c)  $a_n = a + bn$  ( $b \neq 0$ ),
  - d)  $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{3n}$ .
4. Dimostrare che  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ .
5. Disegnare i grafici (nello stesso sistema di riferimento) delle funzioni  $f_1(x) = 2^x$ ,  $f_2(x) = 2^{-x}$ ,  $f_3(x) = e^x$ ,  $f_4(x) = e^{-x}$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .
6. Trovare per la seguente funzione della cinetica chimica il limite per  $t \rightarrow +\infty$ :  
 $x(t) = A\left(1 + \frac{B - A}{A - Be^{r(B-A)t}}\right)$ . ( $r$ ,  $A$  e  $B$  sono costanti positive.)
7. In una foresta giovane la quantità di alberi da legna cresce in maniera quasi esponenziale. Si può supporre che il tasso annuale sia del 3,5 %.
  - (a) Che aumento si può prevedere in dieci anni?
  - (b) Quanti anni ci vorranno perché la quantità di legname sia raddoppiata?
8. Si immagini di avere un investimento che rende il 10% il primo anno e il 50% il secondo anno. Quale è il rendimento medio nei due anni? Si confronti il risultato con la media aritmetica dei rendimenti.
9. Calcolare la media aritmetica-geometrica di 8 e 2 con una precisione di tre cifre dopo la virgola.
10. Calcolare le seguenti somme parziali (usando la formula della lezione del 29/10/08):
  - a)  $1 + 1/3 + 1/9 + 1/27 + 1/81 + 1/243$ ,
  - b)  $2 + 2/11 + 2/11^2 + \dots + 2/11^5$ ,
  - c)  $1 - 1/2 + 1/4 - 1/8 + 1/16 - 1/32 + 1/64$ .