

1. Calcolare

$$(a) \sum_{k=1}^n \left(-\frac{1}{4}\right)^k, \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{4}\right)^k, \quad (c) \sum_{n=1}^{99} \log_{10}\left(\frac{n+1}{n}\right), \quad (d) \sum_{n=1}^{\infty} \log_{10}\left(\frac{n+1}{n}\right).$$

2. Dati i tre punti $A = (-1, 0, 2)$, $B = (-2, 1, 3)$ e $C = (0, 1, 0)$, calcolare

(a) i vettori $\vec{a} := \overrightarrow{AB}$ e $\vec{b} := \overrightarrow{AC}$;

(b) la distanza fra i punti A e B ;

(c) il prodotto scalare di \vec{a} e \vec{b} ;

(d) l'angolo BAC in gradi e in radianti;

(e) il prodotto vettoriale di \vec{a} e \vec{b} ;

(f) l'equazione cartesiana del piano passante per i punti A , B , C .

3. Calcolare tutte le soluzioni (reali e complesse) dell'equazione $x^2 - 8x + 25 = 0$.

4. Scrivere il reciproco del numero complesso $z = e^{i\pi/3}$ nella forma $a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}$.

5. Il decadimento radioattivo è esponenziale, cioè il numero $N(t)$ di atomi residui al tempo t può essere valutato in rapporto al numero N_0 di atomi radioattivi iniziali tramite le formule

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 2^{-\mu t}.$$

Il cobalto isotopo ^{60}Co ha un tempo di dimezzamento di 5,2714 anni.

(a) Dopo quanti anni la radioattività del ^{60}Co si riduce a 2%?

(b) Trovare la costante di decadimento λ (unità di misura?) per il ^{60}Co .

(c) Determinare la costante μ per il ^{60}Co .

6. Il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come $\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}_3\text{O}^+]$, dove $[\text{H}_3\text{O}^+]$ indica la concentrazione (in mol/l = M) di H_3O^+ . Per il sangue umano il pH si trova tra 7,37 e 7,44. Trovare i confini corrispondenti per $[\text{H}_3\text{O}^+]$.

1. Calcolare

$$(a) \sum_{k=1}^n \left(-\frac{1}{3}\right)^k, \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^k, \quad (c) \sum_{n=2}^{128} \log_2\left(\frac{n}{n-1}\right), \quad (d) \sum_{n=2}^{\infty} \log_2\left(\frac{n}{n-1}\right).$$

2. Dati i tre punti $A = (3, -1, 0)$, $B = (6, -1, -1)$ e $C = (2, -2, 0)$, calcolare

(a) i vettori $\vec{a} := \overrightarrow{AB}$ e $\vec{b} := \overrightarrow{AC}$;

(b) la distanza fra i punti A e B ;

(c) il prodotto scalare di \vec{a} e \vec{b} ;

(d) l'angolo BAC in gradi e in radianti;

(e) il prodotto vettoriale di \vec{a} e \vec{b} ;

(f) l'equazione cartesiana del piano passante per i punti A , B , C .

3. Calcolare tutte le soluzioni (reali e complesse) dell'equazione $x^2 + 2x + 2 = 0$.

4. Scrivere il reciproco del numero complesso $z = e^{i\pi/6}$ nella forma $a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}$.

5. Il decadimento radioattivo è esponenziale, cioè il numero $N(t)$ di atomi residui al tempo t può essere valutato in rapporto al numero N_0 di atomi radioattivi iniziali tramite le formule

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 2^{-\mu t}.$$

Il cesio isotopo ^{134}Cs ha un tempo di dimezzamento di 2,0648 anni.

(a) Dopo quanti anni la radioattività del ^{134}Cs si riduce a 0,2%?

(b) Trovare la costante di decadimento λ (unità di misura?) per il ^{134}Cs .

(c) Determinare la costante μ per il ^{134}Cs .

6. Il pH di una soluzione acquosa è stato definito da Sørensen come $\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}_3\text{O}^+]$, dove $[\text{H}_3\text{O}^+]$ indica la concentrazione (in mol/l = M) di H_3O^+ . Il pH dell'acqua di mare varia da 7,7 a 8,4. Trovare i confini corrispondenti per $[\text{H}_3\text{O}^+]$.