

1. Eseguire le seguenti operazioni tra numeri complessi:

(a) $(2 + 3i) - (5 - 4i)$, (b) $(3 - 2i)(4 + 5i)$, (c) $\frac{3 - 2i}{4 + 3i}$, (d) $\frac{1 + i}{1 - i}$.

2. Determinare il modulo dei numeri complessi seguenti:

(a) $5 + 12i$, (b) $15 + 8i$, (c) $\frac{5 + 12i}{15 + 8i}$, (d) $\frac{1 + i}{1 - i}$.

3. Trovare i moduli e gli argomenti dei seguenti numeri complessi:

(a) $3 + 4i$, (b) $3 - 4i$, (c) $-1 - i$, (d) $5 - 5i$.

4. Un punto abbia le coordinate $(-1, 4)$ in un sistema di riferimento cartesiano del piano. Calcolate tramite la moltiplicazione di numeri complessi le coordinate del punto ruotato intorno all'origine in senso orario di angolo 45° .

5. Calcolate

- (a) $|i|$, $|1 + i\sqrt{3}|$, $\arg(i)$, $\arg(1 + i\sqrt{3})$;
- (b) $i \cdot (1 + i\sqrt{3})$ e $i/(1 + i\sqrt{3})$ sia in forma cartesiana che in forma polare;
- (c) le tre radici cubiche di i .
- (d) Descrivete geometricamente l'applicazione $\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$, $z \mapsto (1 + i\sqrt{3}) \cdot z$. Qual è l'applicazione inversa?

6. Quali dei seguenti numeri complessi si possono ottenere da $z = x + iy$ geometricamente? Si faccia un disegno.

(a) $\bar{z} := x - iy$ (complesso coniugato), (b) $\overline{(-z)}$, (c) $-z$, (d) $\frac{1}{z}$.

7. Si rappresentino graficamente i punti $z = x + iy$ che soddisfano le condizioni:

(a) $|z| = 2$, (b) $|z| < 2$, (c) $|z| > 2$, (d) $|z - 1| = 2$, (e) $|z + 1| = 1$,
(f) $|z + 1| = |z - 1|$, (g) $|z + i| = |z - 1|$.

8. Si trovino: (a) le tre radici cubiche di $-8i$, (b) le sei radici seste di 64 .

9. Calcolate tutte le soluzioni (complesse) delle equazioni:

(a) $x^2 + 6x + 25 = 0$, (b) $\lambda^2 = 6\lambda - 18$, (c) $2u + \frac{6}{u} = 5$, (d) $2s - 50 = s^2$.

10. Siano $a, b, c \in \mathbf{R}$ costanti positive. Trovate i limiti delle seguenti funzioni per $t \rightarrow +\infty$:

(a) $f(t) = \frac{a}{1 + be^{-ct}}$ (funzione logistica di crescita).

(b) $f(t) = a \left(1 + \frac{b - a}{a - be^{c(b-a)t}} \right)$ (funzione della cinetica chimica).

11. Trovate i seguenti limiti: (a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n$, (b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=0}^n \left(-\frac{1}{2}\right)^k$.