

1. Calcolate

(a) $\frac{3 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2}{8 \cdot 10^{13} \cdot 10^{-7}}$; (b) $\sum_{k=0}^{10} \frac{1}{2^k}$; (c) $\log_{\frac{1}{3}} 27$; (d) $\sqrt[3]{27^{-1} \cdot 10^{36} \cdot 10^{-12}}$;

(e) È razionale il numero $\sqrt[3]{27^{-1} \cdot 10^{36} \cdot 10^{-12}}$?

In caso affermativo scrivetelo come quoziente di numeri interi.

2. In una foresta giovane la quantità di alberi da legna cresce in maniera quasi esponenziale. Si può supporre che il tasso annuale sia del 3,5%.

(a) Che aumento si può prevedere in dieci anni?

(b) Quanti anni ci vorranno perché la quantità di legname sia raddoppiata?

3. Il pH di una soluzione è stato definito da Sørensen come $\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}^+]$, dove $[\text{H}^+]$ indica la concentrazione (in mol/dm³) di H⁺.

(a) Una soluzione abbia un pH di 11. Per quale pH la concentrazione di H⁺ risulterebbe mille volte maggiore?

(b) Se $[\text{H}^+] = 0,8 \times 10^{-11}$ mol/dm³, qual è il pH? Si usi che $\log_{10} 2 = 0,30$.

4. In un sistema di riferimento cartesiano nel piano il punto P abbia le coordinate $(-\sqrt{3}, 1)$. Sia Q il punto che si ottiene ruotando P in senso antiorario attorno l'origine O di un angolo di 60°. Calcolate

(a) le coordinate polari dei punti P e Q ;

(b) le coordinate cartesiane del punto Q .

5. Siano (θ, φ, ρ) (dove $-\pi < \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq \pi$, $\rho \geq 0$) coordinate sferiche nello spazio xyz tali che $x = \rho \sin \varphi \cos \theta$, $y = \rho \sin \varphi \sin \theta$ e $z = \rho \cos \varphi$. Descrivete il luogo geometrico di tutti i punti dello spazio tali che

(a) $\rho = 2$; (b) $\varphi = \frac{3\pi}{4}$.

6. Trovate la funzione inversa f^{-1} (se esiste) della funzione

$$f: \mathbf{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbf{R} \setminus \{0\}, \quad f(x) = \frac{1}{x-1}$$

e disegnate nello stesso sistema di riferimento i grafici di f e di f^{-1} .

1. Calcolate

(a) $\frac{2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3}{16 \cdot 10^{12} \cdot 10^{-7}}$; (b) $\sum_{k=0}^7 \frac{1}{2^k}$; (c) $\log_{\frac{1}{5}} 125$; (d) $\sqrt{49^{-1} \cdot 10^{36} \cdot 10^{-12}}$;

(e) È razionale il numero $\sqrt{49^{-1} \cdot 10^{36} \cdot 10^{-12}}$?

In caso affermativo scrivetelo come quoziente di numeri interi.

2. In una foresta giovane la quantità di alberi da legna cresce in maniera quasi esponenziale. Si può supporre che il tasso annuale sia del 3,5%.

(a) Che aumento si può prevedere in dieci anni?

(b) Quanti anni ci vorranno perché la quantità di legname sia raddoppiata?

3. Il pH di una soluzione è stato definito da Sørensen come $\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}^+]$, dove $[\text{H}^+]$ indica la concentrazione (in mol/dm³) di H⁺.

(a) Una soluzione abbia un pH di 12. Per quale pH la concentrazione di H⁺ risulterebbe mille volte minore?

(b) Se $[\text{H}^+] = 0,4 \times 10^{-12}$ mol/dm³, qual è il pH? Si usi che $\log_{10} 2 = 0,30$.

4. In un sistema di riferimento cartesiano nel piano il punto P abbia le coordinate $(-1, -\sqrt{3})$. Sia Q il punto che si ottiene ruotando P in senso antiorario attorno l'origine O di un angolo di 60°. Calcolate

(a) le coordinate polari dei punti P e Q ;

(b) le coordinate cartesiane del punto Q .

5. Siano (θ, φ, ρ) (dove $-\pi < \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq \pi$, $\rho \geq 0$) coordinate sferiche nello spazio xyz tali che $x = \rho \sin \varphi \cos \theta$, $y = \rho \sin \varphi \sin \theta$ e $z = \rho \cos \varphi$. Descrivete il luogo geometrico di tutti i punti dello spazio tali che

(a) $\rho = 9$; (b) $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

6. Trovate la funzione inversa f^{-1} (se esiste) della funzione

$$f: \mathbf{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbf{R} \setminus \{0\}, \quad f(x) = \frac{1}{1-x}$$

e disegnate nello stesso sistema di riferimento i grafici di f e di f^{-1} .