C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti 05. 11. 2009

1. Calcolare le somme delle seguenti serie:
   (a) $1 + r + r^2 + r^3 + \cdots$ supponendo che $|r| < 1$,
   (b) $c + c/2 + c/2^2 + c/2^3 + \cdots$,
   (c) $1 - r + r^2 - r^3 + r^4 - \cdots$ supponendo che $-1 < r < +1$.

2. Trovare la frazione generatrice $\frac{p}{q}$ $(p, q \in \mathbf{N})$ del numero periodico
$$0,121212\ldots = 12 \cdot (\frac{1}{100} + \frac{1}{100^2} + \frac{1}{100^3} + \cdots)$$
usando la formula della somma di una serie geometrica.

3. Un individuo si trova esposto, a partire da un dato istante iniziale, a un certo tipo di radiazioni. Ogni giorno assorbe una quantità fissa R di radiazioni e perde il 30% della quantità di radiazioni accumulata nei giorni precedenti. Qual è la quantità complessiva di radiazioni, presente nell'organismo:
   (a) dopo 4 giorni dall'istante iniziale;
   (b) quando viene raggiunto l'equilibrio (il numero dei giorni dall'istante iniziale tende all'infinito)?

4. Trovare i limiti $\lim_{x \to 2-} \frac{3}{x-2}$ e $\lim_{x \to 2+} \frac{3}{x-2}$.

5. Discutere il comportamento limite di $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 4}$ per $x \to 2^-$, $x \to 2^+$, $x \to -2^-$, ed $x \to -2^+$.

6. Si calcolino (se esistono) i seguenti limiti:
   (a) $\lim_{n \to +\infty} (-3)^n$, (b) $\lim_{n \to +\infty} (1 + \frac{1}{n})^{2n}$, (c) $\lim_{x \to 0^-} \frac{\cos x}{x}$,
   (d) $\lim_{n \to +\infty} (-\frac{1}{3})^n$, (e) $\lim_{n \to +\infty} (1 + 10^{-4})^n$, (f) $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} \cdot \operatorname{sen} x$.

7. Si calcolino (se esistono) i seguenti limiti:
   (a) $\lim_{t \to +\infty} \frac{4}{1 + e^{-3t}}$, (b) $\lim_{x \to +\infty} \operatorname{sen} x$, (c) $\lim_{x \to 0^+} \ln x$,
   (d) $\lim_{t \to +\infty} \frac{6}{2 + \ln t}$, (e) $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} \cdot \operatorname{sen} x$, (f) $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}}$.

8. Si calcolino (se esistono) i seguenti limiti:
   (a) $\lim_{t \to +\infty} \log(\frac{t+2}{t-3})$, (b) $\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} 2x}{x}$.

9. Dimostrare che le funzioni $\begin{cases} x \operatorname{sen} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ e $\begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ sono continue in $x = 0$. Esse sono anche derivabili in $x = 0$?