C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e per i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti 07. 12. 2010

1. Risolvere, mediante separazione delle variabili, l'equazione differenziale
$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$
con la condizione iniziale $y(0) = -1$.

2. Risolvere, mediante separazione delle variabili, l'equazione differenziale
$$\frac{dy}{dx} = y(y-3)$$
con la condizione iniziale

   (a) $y(0) = \frac{3}{2}$, (b) $y(0) = 3$, (c) $y(0) = 6$.

3. Nella reazione bimolecolare $2\,NO_2 \longrightarrow N_2O_4$ la concentrazione $C = C(t) = [NO_2]$ soddisfa l'equazione differenziale
$$\frac{dC}{dt} = -kC^2$$
dove k è una costante positiva. Sia $C(0) = C_0$.

   (a) Trovare la soluzione dell'equazione differenziale.

   (b) Trovare il limite di $C(t)$ per $t \to \infty$.

4. In una reazione chimica A + B $\longrightarrow$ C del secondo ordine le concentrazioni (molari) iniziali di A e B siano 2 e 1 rispettivamente. Allora la concentrazione $x = x(t)$ di C al tempo t soddisfa l'equazione differenziale
$$\frac{dx}{dt} = k(2-x)(1-x)\,,$$
dove k (in $s^{-1}M^{-1}$) è una costante positiva.

   (a) Si calcoli la soluzione $x(t)$ dell'equazione differenziale con la condizione iniziale $x(0) = 0$.

   (b) Si trovi il limite di $x(t)$ per $t \to \infty$.

5. Trovare tutte le soluzioni reali delle seguenti equazioni differenziali:

   (a) $y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = 0$,

   (b) $y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = 0$,

   (c) $4y''(x) + 4y'(x) + y(x) = 0$.

6. Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

   (a) $2\frac{d^2x}{dt^2} + 3x = 0\,,$ (b) $4\frac{d^2x}{dt^2} + 4\frac{dx}{dt} + 5x = 0\,.$

7. Calcolare la soluzione $y = y(x)$ del seguente problema di Cauchy:
$$\begin{cases} y'' + 2y' + 10y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 4\,. \end{cases}$$