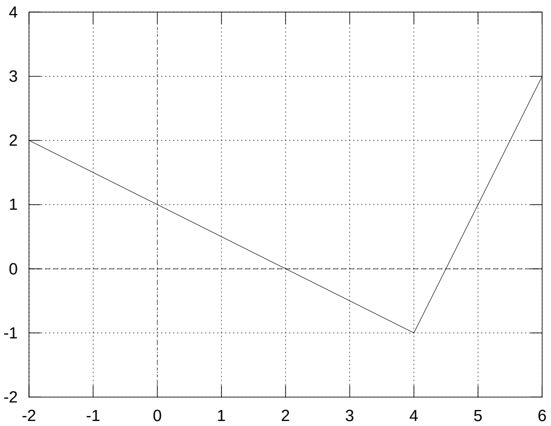
C.d.L. in Chimica e Tecnologie per l'Ambiente e i Materiali, curriculum Ambiente, Energia, Rifiuti 29. 4. 2011

1. Dato il numero complesso $z = 2e^{\frac{\pi}{6}i}$, calcolare il valore assoluto (modulo), la parte reale e la parte immaginaria di z.

2. (a) Dire per quali punti del suo dominio $D = [-2, 6]$ la funzione f della fig. 1 è continua, per quali punti di D essa è derivabile e calcolarne la derivata.

   (b) Calcolare $\displaystyle\int_{-2}^{6} f(x)\,dx$ e $\displaystyle\int_{-2}^{6} |f(x)|\,dx$.

Figura 1: Grafico della funzione f



3. Data la funzione $f(x) = e^x \operatorname{sen} x,\ x \in [0, \pi]$, calcolare

   (a) il polinomio di Taylor con punto iniziale $x = \dfrac{3}{4}\pi$ di ordine 2 per f,

   (b) il massimo di f.

4. In una reazione chimica A + B $\longrightarrow$ C del secondo ordine le concentrazioni (molari) iniziali di A, B e C siano $[\mathrm{A}]_0$, $[\mathrm{B}]_0$ e 0 rispettivamente. Allora la concentrazione $x = x(t)$ di C al tempo t è soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = k([\mathrm{A}]_0 - x) \cdot ([\mathrm{B}]_0 - x) \\ x(0) = 0\,, \end{cases}$$

   dove k (in $\mathrm{s}^{-1}\mathrm{M}^{-1}$) è una costante positiva. Si calcolino la soluzione $x(t)$ del problema di Cauchy e il limite di $x(t)$ per $t \to \infty$ nei seguenti casi:

   (a) $[\mathrm{A}]_0 = [\mathrm{B}]_0 = 3$, (b) $[\mathrm{A}]_0 = 2$, $[\mathrm{B}]_0 = 3$.

5. Data la funzione $f(x, y) = x^2 + xy, \quad (x, y) \in \mathbf{R}^2$, calcolare

   (a) il gradiente di f nel punto $(1, 1)$;

   (b) la derivata direzionale di f nel punto $(1, 1)$ in direzione dell'asse delle y negative;

   (c) il punto stazionario di f e classificarlo;

   (d) $\displaystyle\iint_T (x^2+xy)\,dx\,dy$, dove $T \subset \mathbf{R}^2$ è il triangolo di vertici $(0, 0), (1, -1), (1, 1)$.