

1. Dato il numero complesso $z = \frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$, calcolare il valore assoluto (modulo), la parte reale e la parte immaginaria di z^{-1} .
2. Data la parabola di equazione $y = \frac{1}{2}x^2 - x$, determinare
 - (a) l'equazione della retta tangente alla parabola nel punto $A(0, 0)$;
 - (b) l'equazione della retta tangente alla parabola nel punto $B(2, 0)$;
 - (c) le coordinate del punto di intersezione delle rette tangenti di (a) e (b);
 - (d) l'area della regione limitata dalla parabola e dall'asse delle x .

3. Si calcoli $\int_0^{\pi^2} \frac{\text{sen}(\sqrt{x} + \pi)}{\sqrt{x}} dx$.

Suggerimento: Si usi la sostituzione $u = \sqrt{x} + \pi$.

4. Si consideri la reazione $2 \text{N}_2\text{O}_5 \longrightarrow 4\text{NO}_2 + \text{O}_2$ a una temperatura di 45°C . La concentrazione $x := [\text{N}_2\text{O}_5]$ dipende dal tempo t , cioè $x = x(t)$, e la concentrazione iniziale sia $x(0) = 2,33 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$. Allora x è soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -kx \\ x(0) = 2,33 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}, \end{cases}$$

dove $k = 6,1 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$.

- (a) Si calcoli la soluzione $x(t)$ del problema di Cauchy.
 - (b) Dopo quanti secondi la concentrazione di N_2O_5 sarà uguale a $0,55 \text{ mol} \cdot \text{dm}^{-3}$?
5. Data la funzione $f(x, y) = (x - 2)(y - 1)$, $(x, y) \in \mathbf{R}^2$, calcolare
 - (a) il punto stazionario di f e classificarlo;
 - (b) $\iint_T f(x, y) dx dy$, dove $T \subset \mathbf{R}^2$ è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$.