

1. Siano  $(\theta, \rho)$  coordinate polari nel piano  $xy$  tali che  $x = \rho \cos \theta$  and  $y = \rho \sin \theta$ . Calcolate le coordinate polari dei quattro punti  $P_1(1, 1)$ ,  $P_2(-1, 1)$ ,  $P_3(-1, -1)$  e  $P_4(1, -1)$  a mano (disegno!) e con Octave scegliendo
  - (a)  $\theta \in ]-\pi, \pi]$  (comando `cart2pol`);      (b)  $\theta \in [0, 2\pi[$  (con Octave?).
2. Descrivete il luogo geometrico di tutti i punti del piano per le cui coordinate polari vale:    (a)  $\theta = \frac{\pi}{3}$ ;    (b)  $\rho = 3$ ;    (c)  $\rho = \theta$ .    Con Octave:
  - (a) `theta = pi/3 * ones(100); rho = linspace (0, 5); polar (theta, rho)`
  - (b) `theta = linspace (0, 2 * pi); rho = 3 * ones(100); polar (theta, rho)`
  - (c) `theta = linspace (0, 2 * pi); rho = theta; polar (theta, rho)`
3. Siano  $(\theta, \varphi, r)$  (dove  $-\pi < \theta \leq \pi$ ,  $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $\rho \geq 0$ ) coordinate sferiche nello spazio  $xyz$  tali che  $x = r \cos \varphi \cos \theta$ ,  $y = r \cos \varphi \sin \theta$  e  $z = r \sin \varphi$ .
  - (a) Descrivete il luogo geometrico di tutti i punti dello spazio tali che
    - (a1)  $r = 2$ ;      (a2)  $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ .
  - (b) Calcolate le coordinate sferiche dei quattro punti
 
$$P_1(1, 1, 1), \quad P_2(1, 1, -1), \quad P_3(-1, -1, 0), \quad P_4(0, 0, -1).$$
 a mano e con il comando di Octave `cart2sph`.
4. Scrivere i seguenti numeri nella forma  $\rho e^{i\theta}$ : (a)  $3 + 4i$ , (b)  $3 - 4i$ , (c)  $5 - 5i$ .
5. Scrivere i seguenti numeri nella forma  $a + bi$ : (a)  $e^{2\pi i/3}$ , (b)  $5e^{\pi i}$ , (c)  $\frac{1}{3}e^{-\pi i/2}$ .
6. Un punto abbia le coordinate  $(-1, 4)$  in un sistema di riferimento cartesiano del piano. Calcolare tramite la moltiplicazione di numeri complessi le coordinate del punto ruotato intorno all'origine in senso orario di angolo  $45^\circ$ .
7. Dato il numero complesso  $z = \frac{2\sqrt{3} + 2i}{\sqrt{3} - i}$ , calcolarne il modulo (valore assoluto) e l'argomento.
8. Dato il numero complesso  $z = \frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$ , calcolare il valore assoluto (modulo), la parte reale e la parte immaginaria di  $z^{-1}$ .
9. Calcolate le due radici quadrate del numero complesso  $z = \frac{7 - i\sqrt{3}}{1 - i2\sqrt{3}}$ .
10. Si calcolino a mano e con Octave ((b) e (c) con il comando `roots`):
  - (a)  $(-1 + i\sqrt{3})^{10}$ ;      (b) le tre radici cubiche di  $27i$ ;
  - (c) le soluzioni (complesse) dell'equazione  $x^2 + 6x + 25 = 0$ .
11. Si calcoli la somma dei primi 18 termini della serie  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ 
  - (a) con un ciclo `for`;
  - (b) usando il vettore `0 : 17`, il comando `factorial`, l'operazione `./` e il comando `sum`.

Si confrontino i risultati con `exp(1)`.